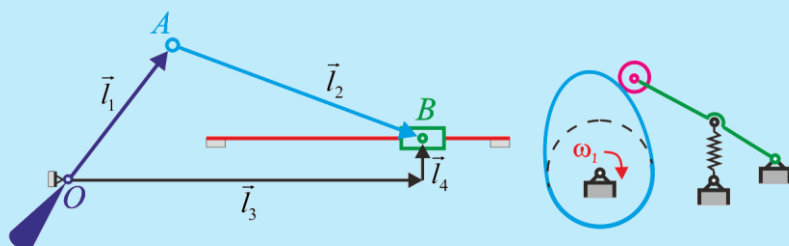
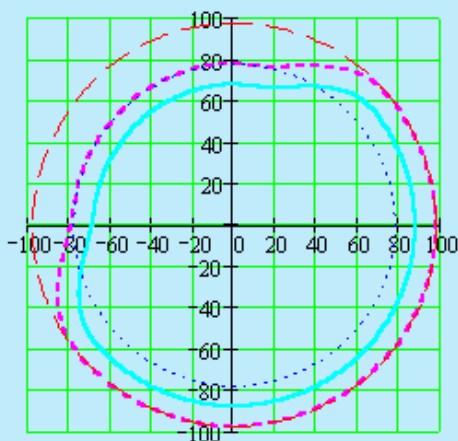


МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

Кіровоградський державний технічний університет



Розрахунок важільних і кулачкових механізмів з допомогою ПЕОМ



Ф.Й.Златопольський
Г.Б.Філімоніхін
В.В.Коваленко
О.Б.Чайковський



Кіровоград
2003

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Кіровоградський державний технічний університет

Ф.Й.Златопольський, Г.Б.Філімоніхін,
В.В.Коваленко, О.Б.Чайковський

Розрахунок важільних і кулачкових механізмів з допомогою ПЕОМ

Рекомендовано Міністерством освіти і науки України
як **навчальний посібник**

для студентів технічних спеціальностей
вищих навчальних закладів

Кіровоград
2003

Розрахунок важільних і кулачкових механізмів з допомогою ПЕОМ. Навчальний посібник / Ф.Й.Златопольський, Г.Б.Філімоніхін, В.В.Коваленко, О.Б.Чайковський. – 2-е вид., пер. і доп. - Кіровоград: ПП “КОД”, 2003. -149 с.: іл.

Рекомендовано Міністерством освіти і науки України (лист Міністерства освіти і науки України №2/1630 від 16.10.2000 р.)

У навчальному посібнику викладені аналітична теорія розрахунків плоских важільних і кулачкових механізмів, та основні прийоми роботи з комп'ютером у багатофункціональному пакеті прикладних програм Mathcad, наведені приклади розрахунків плоских важільних і кулачкових механізмів. Освітлений обсяг матеріалу дозволяє упевнено працювати за комп'ютером, розв'язувати за допомогою пакета вказані типи задач курсу ТММ.

Навчальний посібник призначений для студентів технічних спеціальностей вищих навчальних закладів, викладачів та інженерно-технічних працівників.

Табл. 3. Іл. 67. Бібліогр. 11 назв.

Автори: **Златопольський Федір Йосипович** – канд. техн. наук, доцент, зав. кафедри ДМ та ПМ
Філімоніхін Геннадій Борисович – канд. фіз.-мат. наук, доцент кафедри ДМ та ПМ
Коваленко Володимир Васильович – канд. техн. наук, доцент кафедри ДМ та ПМ
Чайковський Олександр Борисович – канд. техн. наук, доцент кафедри ДМ та ПМ

Рецензенти: **О.О.Горошко**, д-р фіз.-мат. наук, професор кафедри теоретичної та прикладної механіки Київського національного державного університету ім. Т.Г.Шевченко
Б.М.Шифрін, канд. техн. наук, доцент, зав. кафедри технічної механіки державної льотної академії України

Зміст

Передмова до другого видання.....	6
Передмова до першого видання	7
Введення	8
§ 1. Основні поняття та визначення теорії механізмів і машин.....	8
§ 2. Загальні відомості про програму Mathcad	15
Питання для самоконтролю	16
Глава 1. Кінематичний розрахунок важільних механізмів аналітичними методами	17
§ 1. Аналітичне дослідження кінематики плоских важільних механізмів методом замкнених векторних контурів.....	18
§ 2. Аналітична кінематика кривошипно-коромислового механізму	20
§ 3. Аналітична кінематика кривошипно-повзунного механізму	25
§ 4. Аналітична кінематика кулісного механізму.....	28
Питання для самоконтролю	30
Глава 2. Аналітичний метод силового розрахунку важільних механізмів	31
§ 1. Аналітичний метод силового розрахунку кривошипно-коромислового механізму	32
§ 2. Аналітичний метод силового розрахунку кривошипно-повзунного механізму	34
§ 3. Аналітичний метод силового розрахунку кулісного механізму	35

§ 4. Силевий розрахунок початкової ланки	36
Питання для самоконтролю	38
Глава 3. Синтез кулачкових механізмів	39
§ 1. Основні поняття та визначення	39
§ 2. Вибір закону руху вихідної ланки	42
§ 3. Аналітичне визначення профілів кулачків	47
1. Особливості визначення профілів кулачків з роликом і без ролика. Еквідистанта	47
2. Визначення профілю кулачка у механізмі з штовхачем, з вістрям чи роликом на кінці	49
3. Визначення профілю кулачка у механізмі з коромислом, з вістрям чи роликом на кінці	50
4. Визначення профілю кулачка у механізмі з плоским штовхачем	51
§ 4. Кути тиску та їх вплив на розміри кулачкового механізму	53
1. Заклинювання у кулачкових механізмах з штовхачем, з вістрям чи роликом	53
2. Заклинювання у кулачкових механізмах з коромислом, з вістрям чи роликом	55
Питання для самоконтролю	57
Глава 4. Відомості по роботі з багатофункціональним пакетом прикладних програм Mathcad	59
§ 1. Основні відомості по роботі з комп'ютером	59
§ 2. Запуск програми Mathcad і вид робочого вікна	60
§ 3. Робота з документами (файлами)	64
§ 4. Введення тексту	66
§ 5. Набір формул і математичних виразів	67
§ 6. Слідування за розмірністю	70
§ 7. Константи і змінні величини	73
§ 8. Функції	74
§ 9. Вектор або матриця	75

§10. Розв'язання системи рівнянь.....	76
§11. Використання комбінацій клавіш для набору формул і керування програмою	77
§12. Графік у площині X-Y	78
§13. Інтерполяція функцій	82
§14. Елементи програмування у Mathcad.....	83
§15. Задання параметрів сторінки і виведення на друк документа Mathcad	85
§16. Проведення розрахунків в Mathcad	87
Питання для самоконтролю	89
Глава 5. Застосування програми Mathcad для розрахунку важільних механізмів.....	91
§ 1. Розрахунок кривошипно-коромислового механізму.....	91
§ 2. Розрахунок кривошипно-повзунного механізму двотактного двигуна внутрішнього згорання	100
§ 3. Розрахунок кривошипно-повзунного механізму чотиритактного двигуна внутрішнього згорання	111
§ 4. Розрахунок кулісного механізму	123
Глава 6. Проектування профілів кулачків з використанням ПЕОМ	129
§ 1. Проектування профілю кулачка у механізмі з штовхачем, з вістрям чи роликом.....	130
§ 2. Проектування профілю кулачка у механізмі з коромислом, з вістрям чи роликом.....	135
§ 3. Проектування профілю кулачка у механізмі з плоским штовхачем	140
Список літератури	145
Предметний покажчик.....	146

Передмова до другого видання

Досвід використання першого видання цього навчального посібника [11] у навчальному процесі підтвердило переваги аналітичних методів розрахунків механізмів над іншими, за умовою реалізації їх на ПЕОМ. Так, виконання на ПЕОМ курсових робіт з ТММ, в яких раніше використовувалися графічні методи, значно збільшило точність і швидкість розрахунків, дозволило один і той же механізм розраховувати при різних розрахункових даних, виводити результати розрахунків у вигляді таблиць і графіків з будь-яким кроком зміни координати ведучої ланки і т.д. Перерахунок кулачкових механізмів з роликком аналітичними методами дозволив виявити самоперетини контурів в багатьох випадках, коли графічні методи ці самоперетини не виявили.

Використання багатофункціонального пакета прикладних програм Mathcad робить реалізацію аналітичних методів на ПЕОМ наочною і зрозумілою навіть для тих, хто не має досвіду роботи на ПЕОМ. Це пов'язано з тим, що документ Mathcad нагадує наукову статтю, чи звіт, бо формули, графіки і інші математичні об'єкти подаються у ньому у звичайному для математиків вигляді. Така простота і наочність дозволила всім без виключення студентам нашого Вузу виконувати курсові проекти з ТММ на ПЕОМ. З іншого боку, викладачі (або фахівці, що знають ТММ), добре розуміють документ Mathcad, і можуть перевірити його (навіть не знаючи, як він був одержаний).

Треба відмітити, що існують спеціальні програми, призначені для розрахунків важільних і кулачкових механізмів (див. наприклад сайт МДТУ ім. Баумана <http://wwwcdl.bmstu.ru>). Але такі програми є інженерними, а не навчальними, бо незрозуміло, як ці програми розраховують механізм. Так робота користувача (інженера) зводиться до введення розрахункових даних і одержання результатів розрахунків і не потребує глибоких знань ТММ. Щодо Mathcad, то його комбінація з ПЕОМ створює аналог потужного калькулятора, який дозволяє проводити великий об'єм розрахунків, будувати графіки і залишати після цього документ, який є повним звітом з розв'язання задачі. Тому використання Mathcad (як і калькулятора) тільки спрощує розрахунки і передбачає при цьому (як і до виникнення калькуляторів і ПЕОМ) добре знання студентом курсу ТММ.

У другому виданні посібника виправлені деякі помилки і неточності першого видання, та розширені закони руху вихідної ланки у кулачкових механізмах.

Передмова до першого видання

Теорія механізмів і машин (ТММ) вивчає засоби створення схем механізмів, їх будову і визначає їх основні властивості. Задачі дослідження і розрахунку механізмів і машин розв'язуються за допомогою графічних, графоаналітичних, аналітичних і експериментальних методів. Аналітичні методи дають найбільшу точність розрахунків і легко реалізуються на ПЕОМ. Вони дозволяють одержувати у аналітичному вигляді кінематичні і динамічні характеристики механізму і тому результати, здобуті аналітичними методами, найбільш загальні. Але широке їх впровадження стримувалось великою трудомісткістю виконання розрахунків, особливо при великій кількості ланок у складних механізмах. Останні десятиріччя відбувається бурхливий розвиток обчислювальної техніки, що значно поширює і спрощує застосування аналітичних методів. Навчальний посібник враховує цю тенденцію. У ньому викладається аналітична теорія плоских важільних і кулачкових механізмів і наводяться приклади реалізації аналітичних методів на ПЕОМ при розрахунку вказаних типів механізмів. У якості програмного забезпечення обраний багатифункціональний пакет прикладних програм Mathcad фірми MathSoft, призначений для розв'язання широкого кола задач з математики, фізики, механіки та ін. На відміну від інших подібних пакетів (Mathematica, Maple V, MatLab і т.п.) це найпростіший у застосуванні пакет, що дозволяє впровадити 100% застосування ПЕОМ на молодших курсах вищих навчальних закладів. В посібнику наводиться адаптація пакета для розв'язання задач ТММ.

За базову операційну систему обрано Windows 95, а за базову версію Mathcad – Mathcad 7 professional. Якщо на комп'ютері будуть встановлені наступні версії цих програмних продуктів (Mathcad 8.0, 8.01 (русифікований), Mathcad 2000 professional, та Windows 98, Windows 2000), то робочі вікна і рекомендації цієї книги по роботі з комп'ютером навіть не зміняться. Якщо версії операційної системи і Mathcad більш молодші, то можуть виникнути розбіжності між робочими вікнами посібника і комп'ютера. Більше того, деякі описані тут можливості пакета Mathcad будуть у молодших версіях недоступні.

Посібник призначений для студентів вищих навчальних закладів, викладачів та інженерно-технічних працівників.

Введення

§ 1. Основні поняття та визначення теорії механізмів і машин

У 1969 році Міжнародна організація теорії механізмів і машин дала сучасне визначення предмета ТММ.

Теорія механізмів і машин - галузь науки, що займається теоретичними і експериментальними дослідженнями геометрії руху, динаміки та керування систем машин, окремих машин і механізмів та їх складових частин з урахуванням технологічних питань, передачі енергії і, якщо необхідно, передачі та обробки інформації.

Машина (за визначенням І.І.Артоболевського) це устаткування, створене людиною для використання законів природи з метою полегшення і збільшення продуктивності фізичної та розумової праці, часткової чи повної заміни людини.

Усі різноманітні машини, що використовують механічний рух, умовно можуть бути розбиті на дві групи:

- 1) **машини-двигуни** - призначені для перетворення різних видів енергії у механічну (двигуни внутрішнього згорання, турбіни, парові машини та ін.);
- 2) **технологічні (робочі) машини** - створені для виконання корисної роботи (верстати, насоси, преси та ін.).

Робоча машина, та машина-двигун завжди працюють разом.

Машинним агрегатом називають сукупність машини-двигуна і робочої машини.

Кожна машина складається з механізмів.

Механізм це система тіл, призначена для перетворення руху одного чи кількох тіл у потрібні рухи інших тіл.

Проблеми ТММ, що пов'язані з дослідженням механізмів, можуть бути розділені на дві великі групи.

1. **Аналіз механізмів** - полягає у дослідженні їх структурних, кінематичних та динамічних властивостей.
2. **Синтез механізмів** - полягає у їх проектуванні з заданими структурними, кінематичними та динамічними властивостями.

Механізми та машини складаються з окремих деталей.

Деталь це неподільна частина машини, яка не може бути розібрана на більш прості без руйнування (наприклад суцільне зубчасте колесо, вал, вісь та ін.).

Рухома ланка механізму це одна рухома деталь, або група деталей, яка утворює одну жорстку рухому систему тіл.

Утворюються вони однією чи кількома нерухомо з'єднаними деталями. Наприклад, зубчасте колесо, вал та шпонка обертаються навколо спільної осі як одне ціле.

Нерухомою ланкою механізму або **стояком** називають всі нерухомі деталі механізму. Якщо сама машина рухається, то до стояка відносять її корпус і всі деталі, що з ним жорстко зв'язані.

Ланки, які входять до складу механізму, завжди з'єднані між собою. З'єднуючись між собою чи зі стояком, рухомі ланки стикаються по лінії, у точці або по поверхні. Наприклад: кулачок 1 (рис.1, а) і ролик 2 стикаються по лінії, яка перпендикулярна площині рисунка; куля та опорна поверхня (рис.1, б) - у точці.

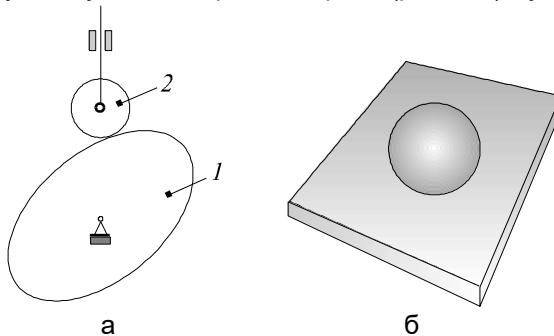


Рис.1

Кінематичною парою називають з'єднання двох дотичних ланок, яке допускає їх відносний рух.

Як правило, відносний рух двох ланок, які утворюють кінематичну пару, обмежують тільки геометричні в'язі.

Кінематичні пари прийнято класифікувати: за кількістю S незалежних в'язей, накладаючих обмеження на відносний рух двох ланок у парі (за І.І.Артоболевським); за кількістю ступенів вільності H при відносному русі двох ланок у парі (за В.В.Добровольським). Між цими величинами такий зв'язок: $H=6-S$, де 6 – кількість ступенів вільності вільного тіла в просторі. Аналіз формули показує, що кількість в'язей повинна бути менша 6, але не менша за 1.

Клас пари визначає параметр S , що задає кількість незалежних в'язей, накладаючих обмеження на відносний рух ланок у парі. Позначається латинськими цифрами: I, II, III, IV, V.

Рухомість пари визначає параметр H , що задає кількість ступенів вільності у відносному русі двох ланок пари. Прийнято казати однорухома, дворухома, ..., п'ятирухома кінематичні пари.

Кінематичні пари розрізняють (за Рело) за характером торкання ланок. У **парах вищих класів** торкання здійснюється по лінії, або в точці (рис.1), у **нижчих** - по поверхням (рис.2).

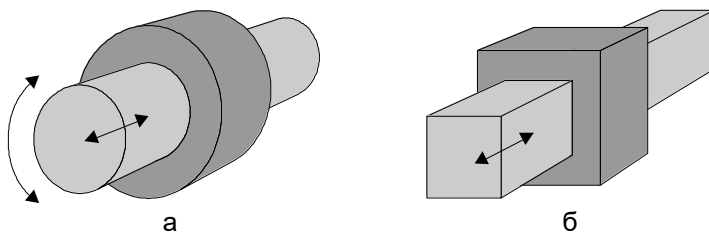


Рис.2

Для кінематичної пари на рис.1, б (за умови ковзання кулі по поверхні) $S=1$, бо на відносний рух ланок накладено одне обмеження – центр кулі знаходиться на відстані радіуса r від поверхні. Тому ця кінематична пара відноситься до I класу. На рис.2, а зображена кінематична пара IV класу, яка має два рухи: циліндр відносно циліндра може рухатись поступально та обертатися навколо спільної осі. За другою класифікацією куля на поверхні 5-ти рухома, а циліндр у циліндрі 2-о рухома кінематична пара.

В залежності від відносного руху ланок кінематичні пари бувають **обертальні** та **поступальні**.

Кінематичним ланцюгом називають рухоме з'єднання ланок між собою за допомогою кінематичних пар.

Кажуть, що кінематичний ланцюг **замкнений**, якщо він містить один чи декілька замкнених контурів, утворених ланками. У протилежному випадку кажуть, що кінематичний ланцюг **незамкнений**.

Плоским називається механізм, всі рухомі точки якого переміщуються у паралельних площинах. У протилежному випадку механізм називається **просторовим**.

Нижче розглядаються **плоскі важільні механізми**. Ланки в них прийнято називати так.

Кривошип – обертальна ланка, яка здійснює повний оберт навколо нерухомої осі.

Коромисло – обертальна ланка, яка здійснює неповний оберт навколо нерухомої осі.

Шатун - ланка, яка утворює кінематичні пари тільки з рухомими ланками.

Повзун - ланка, яка утворює поступальну пару зі стояком.

Куліса – ланка, що обертається навколо нерухомої осі і утворює з іншою ланкою поступальну пару.

Структурна класифікація плоских важільних механізмів розроблена Л.В.Ассуром і доповнена І.І.Артоболевським.

Механізм І класу (початковим механізмом) називається ведуча ланка, з'єднана зі стояком обертальною чи поступальною парою.

Кількість механізмів І класу у механізмі, який розглядається, повинна дорівнювати кількості його ступенів вільності.

Структурною групою (групою Ассура) називається відкритий кінематичний ланцюг, який після приєднання вільними елементами до стояка, буде мати нульову ступінь рухомості, а після приєднання до механізму, не змінить його ступеня рухомості і який не може бути поділений на більш прості структурні групи.

За **основним принципом утворення плоских механізмів** кожен з них може бути утворений шляхом приєднання до початкового механізму (або механізмів) та стояка структурних груп.

Умову існування групи Ассура можна вивести з формули П.Л. Чебишева, яка визначає кількість ступенів вільності плоского механізму:

$$W=3n-2p_5-p_4, \quad (1)$$

де: n - кількість рухомих ланок; p_5 , p_4 – відповідно, кількість кінематичних пар 5-го, та 4-го класів. У плоских важільних механізмів кількість кінематичних пар 4-го класу - $p_4=0$. Тоді для груп Ассура $3n-2p_5=0$, звідки

$$p_5 = \frac{3}{2} \cdot n, \quad (2)$$

умова існування групи Ассура. З формули випливає, що в групі Ассура може бути тільки парна кількість ланок - $n = 2, 4, 6, \dots$, і відповідна кількість нижчих кінематичних пар - $p_5 = 3, 6, 9, \dots$

Клас структурної групи (за І.І.Артоболевським) визначається кількістю кінематичних пар, які входять до складу найбільш складного замкнутого контуру групи.

В таблиці 1 наведені приклади найбільш поширених груп Ассура.

Порядок структурної групи визначається числом елементів зовнішніх кінематичних пар, якими ця група приєднується до механізму.

Усі групи II класу мають другий порядок. Для груп більшого класу це не завжди так. Структурні групи II класу діляться на 5

видів в залежності від комбінації взаємного розташування обертальних і поступальних пар (табл.1).

Таблиця 1

Клас	Ознака	Схеми структурних груп					Порядок
II	Дві ланки і три пари	Види груп					2
		1	2	3	4	5	
III	Ланка, що входить до 3-х пар						3
							4
IV	Замкнений контур з 4-х ланок						2
							3

Розглянемо плоский кінематичний ланцюг, який складається з n ланок, з'єднаних у p_5 нижчих кінематичних пар. Тоді загальна кількість невідомих реакцій у цьому ланцюзі буде дорівнювати

$2p_5$. Для кожної ланки можна скласти 3 рівняння рівноваги, а для кінематичного ланцюга - $3n$ рівнянь. Кінематичний ланцюг буде статично визначеним, коли кількість рівнянь рівноваги буде дорівнювати кількості невідомих параметрів: $3n=2p_5$, звідки

$$p_5 = \frac{3}{2} \cdot n.$$

Для груп Ассура це виконується завжди, тому вони

статично визначені. На практиці, при силовому дослідженні механізму, у ньому вилучають структурні групи і складають для них рівняння кінетостатики. Це гарантує, що складених рівнянь вистачить для визначення реакцій в'язей і спрощує дослідження механізму, бо реакції послідовно визначаються для окремих груп.

В багатьох випадках теорію плоских важільних механізмів можна застосувати до плоских механізмів з вищими парами. Для цього вищі пари замінюють нижчими з більшою кількістю ланок. При цьому, необхідно дотримуватись умов кінематичної еквівалентності рухів вихідних ланок у заданому і замінюючому механізмах. Заміну пар вищого класу на пари нижчого проводять наступним чином. Через точку дотику ланок 1 та 2 проводять нормаль $n-n$ до контуру профілів, які утворюють вищу пару (табл.2, п.1,2). На цій нормалі у центрах кривини O_1 та O_2 профілів вихідних ланок розміщують шарніри, які з'єднують умовною невагомою ланкою 3. Коли один з профілів є прямою, то центр його кривини нескінченно віддалений, і відповідна обертальна пара перетворюється у поступальну (табл.2, п.3,4). Одержаний важільний механізм називають **замінюючим**.

У нормально функціонуючому заданому механізмі ланки 1 і 2 торкаються. У замінюючому механізмі, для цього потрібно, щоб під час його роботи ланка 3 зазнавала стиску, або ланка 1 тиснула на ланку 2 через ланку 3. За цим треба слідкувати при дослідженні динаміки замінюючого механізму.

При структурному аналізі плоских важільних механізмів необхідно:

- 1) підрахувати кількість ступенів рухомості механізму і визначити відповідну кількість початкових ланок;
- 2) при наявності зайвих в'язей позбутися їх;
- 3) розкласти механізм на механізм (механізми) I класу і приєднати до них та стояка структурні групи;
- 4) визначити клас, порядок і вид кожної групи;
- 5) визначити клас механізму;
- 6) скласти формулу побудови механізму.

Приклади структурного аналізу важільних механізмів будуть наведені нижче при їх дослідженні.

Таблиця 2

№ п.п.	Радіуси кривини	Схема	
		задана	замінююча
1	$r_1 > 0$ $r_2 > 0$		
2	$r_1 > 0$ $r_2 = 0$		
3	$r_1 > 0$ $r_2 = \infty$		
4	$r_1 = \infty$ $r_2 = 0$		

Основними плоскими механізмами з нижчими парами V-го класу є чотириланковий, кривошипно-повзунний і кулісний. В посібнику викладається аналітична теорія цих механізмів, яка дозволяє ставити і розв'язувати задачі по їх синтезу і аналізу.

§ 2. Загальні відомості про програму Mathcad

Аналітичні методи дослідження та розрахунку механізмів, які характерні більш високою точністю, порівняно з графічними та графо-аналітичними методами, завжди займали чільне місце у теорії механізмів та машин. Але широке впровадження їх дещо стримувалось великою трудомісткістю виконання розрахунків, особливо при великій кількості ланок у складних механізмах.

Останнє десятиріччя, у зв'язку з бурхливим розвитком обчислювальної техніки, значно зросла увага до аналітичних методів і їх реалізації на ЕОМ.

Серед великої кількості готових програмних продуктів (Mathematica, Maple V, MatLab і т.п.) виділяється багатofункціональний пакет прикладних програм Mathcad фірми MathSoft, призначений: для розв'язання широкого кола задач з математики, фізики, механіки та ін.; написання наукових статей, які містять математичні формули, вирази, рівняння, розрахунки, графіки, вектори і т.п. Всі ці об'єкти вводяться в програму у звичному для математики вигляді. Екран комп'ютера нагадує сторінку наукової статті чи технічного звіту, при цьому користувач не потребує спеціальної підготовки з програмування. Останні версії Mathcad призначені для роботи у середовищі Windows 95 і вище, що дозволяє використовувати у документах Mathcad шрифти Windows, графіки, схеми, креслення, анімацію, зроблені в інших пакетах програм. Mathcad дає можливості проводити символічні перетворення і числові розрахунки.

Можливості символічних перетворень у цьому посібнику не розглядаються. Не розглянуті у ньому і можливості по створенню анімації, впровадженню графіки, звуку, анімації, створених в інших програмах. Але в ньому дається адаптація Mathcad для розв'язання задач з синтезу і аналізу механізмів. Об'єктом досліджень є основні плоскі важільні і кулачкові механізми. Викладеного обсягу вистачить і для розв'язання подібних задач для інших плоских і просторових механізмів. Головне - у підході і у тому, що обчислювальні можливості пакету Mathcad викладаються достатньо повно.

Питання для самоконтролю

1. Що вивчає наука теорія механізмів та машин?
2. Дайте визначення машини. Які вони бувають?
3. Дайте визначення механізму.
4. Які задачі пов'язані з дослідженням механізмів?
5. Дайте визначення деталі, рухомої ланки і стояка.
6. Кінематичні пари та їх класифікація.
7. Що визначає клас кінематичної пари за класифікацією А.А.Артоболевського?
8. Що визначає рухомість кінематичної пари?
9. Кінематичні пари вищого і нижчого класів.
10. Що таке кінематичний ланцюг?
11. Які механізми відносяться до плоских?
12. Що називають плоским важільним механізмом?
13. Що називають кривошипом, шатуном, кулісою, повзуном, коромислом?
14. Що таке механізм I класу і яка їх кількість у механізмі?
15. Дайте визначення структурної групи (групи Ассура).
16. В чому полягає основний принцип утворення плоских механізмів?
17. Запишіть формулу Чебишева для плоских механізмів. Що вона визначає?
18. Умова існування структурних груп.
19. Класифікація структурних груп: клас, порядок, вид.
20. Скільки видів має структурна група II класу?
21. Статична визначеність структурної групи і порядок силового розрахунку механізму.
22. Що необхідно зробити для заміни пари вищого класу парою нижчого?
23. В чому полягає структурний аналіз плоских важільних механізмів?
24. Для чого призначений багатофункціональний пакет програм Mathcad?
25. Які основні можливості пакету програм Mathcad?

Глава 1. Кінематичний розрахунок важільних механізмів аналітичними методами

Кінематичний розрахунок механізмів полягає у визначенні законів руху їх ланок, незалежно від сил, що викликають цей рух. Він полягає у визначенні: положень ланок і траєкторій їх окремих точок; їх лінійних і кутових швидкостей та лінійних і кутових прискорень. Все це дозволяє вивчити, як функціонує механізм. Але визначення кінематичних параметрів важливе ще й тому, що в деяких механізмах сили інерції на декілька порядків перевищують сили ваги ланок. Це треба враховувати при їх силовому розрахунку.

Кінематичні параметри механізму визначають: графічним, графоаналітичним, аналітичним, експериментальним методами. Перші характеризуються наочністю і відносною простотою, але не забезпечують необхідну точність. Бурхливий розвиток обчислювальної техніки висунув на перший план аналітичні методи дослідження механізмів. До переваг аналітичних методів кінематичного розрахунку механізмів за допомогою ПЕОМ слід віднести велику точність і можливість швидко змінювати (на відміну від графічного та графоаналітичного методів) вхідні параметри схеми механізму і відразу одержувати відповідний результат. При цьому, основні кінематичні величини можна одержувати у вигляді графіків, таблиць, що зручно для подальшого використання. Тому класичні методи кінематичного дослідження, які ще використовують при проектуванні механізмів

та з навчальною метою, більше матимуть допоміжне значення, як засіб визначення положень ланок механізму у "критичних" точках та контролю обчислень.

Аналітичним методам кінематичного розрахунку механізмів присвячені роботи П.А.Лебедева, В.А.Зінов'єва, Ю.Ф.Морошкіна, Д.Манжерона та інші [1,2]. На практиці найбільшого поширення набули:

- 1) геометричний метод замкненого векторного контуру, запропонований В.А.Зінов'євим для плоских важільних механізмів, розвинений дослідником і для просторових механізмів;
- 2) алгебраїчний метод, заснований на використанні матриць, запропонований Ю.Ф.Морошкіним.

Перший метод має переважне застосування для важільних механізмів, і саме він буде нами використовуватись. Метод Ю.Ф.Морошкіна більш поширений при дослідженні просторових механізмів у вигляді незамкнених кінематичних ланцюгів з кількома ступенями рухомості. Він найчастіше застосовується при дослідженні маніпуляторів. Основна його перевага в тому, що він формалізований і тому легко реалізується на ПЕОМ.

Необхідно зазначити, що для простих механізмів обидва методи дають змогу визначати кінематичні параметри без застосування сучасних ПЕОМ. Для складних і багатоланкових механізмів (особливо просторових) аналітичні формули будуть настільки громіздкі, що їх практично неможливо буде одержати і потім застосувати.

§ 1. Аналітичне дослідження кінематики плоских важільних механізмів методом замкнених векторних контурів

Метод В.А.Зінов'єва [2] дослідження руху та кінематичного синтезу плоских важільних механізмів засновано на використанні теорії замкнених векторних контурів. Згідно з теорією, кожен ланку механізму, в тому числі і стояк, зображують вектором з відповідним напрямком. Вектори утворюють один чи декілька замкнених контурів.

Векторним рівнянням замкненості називається векторна сума векторів одного замкненого контуру. Залежно від збігу або протилежності напрямків векторів обходу контуру, вони входять в рівняння зі знаком «+» чи «-». Коли у ланцюгу механізму декілька контурів, збільшується кількість рівнянь замкненості. З усієї сукупності цих рівнянь треба вибрати найбільшу сукупність **незалежних**, а решту відкинути.

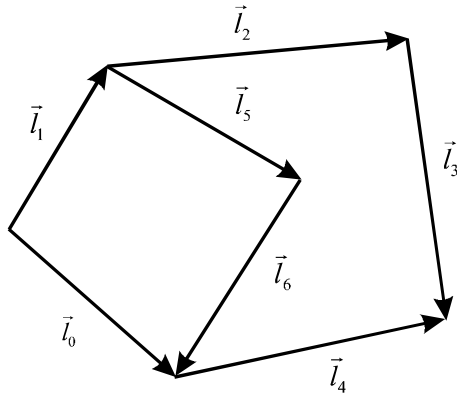


Рис.1.1. Замкнені векторні контури

Наприклад, для складного векторного ланцюга (рис.1.1) можна скласти три рівняння замкненості:

$$\vec{l}_1 + \vec{l}_2 + \vec{l}_3 - \vec{l}_4 - \vec{l}_0 = 0,$$

$$\vec{l}_1 + \vec{l}_5 + \vec{l}_6 - \vec{l}_0 = 0,$$

$$\vec{l}_2 + \vec{l}_3 - \vec{l}_4 - \vec{l}_6 - \vec{l}_5 = 0,$$

але незалежними будуть тільки два з них. Дійсно, третє рівняння - різниця першого і другого.

Незалежні рівняння замкненості проєктують на відповідні осі обраної системи координат. Одержується нелінійна система алгебраїчних рівнянь для визначення залежних узагальнених координат як функцій від незалежних.

Диференціюючи за часом рівняння проєкцій, знаходять лінійну систему алгебраїчних рівнянь для визначення залежних кутових швидкостей ланок через незалежні.

Аналогічну систему алгебраїчних рівнянь для визначення залежних кутових прискорень ланок, як функцій від незалежних, одержують після подвійного диференціювання за часом проєкцій рівнянь замкненості контурів.

Напрямки векторів обирають таким чином, щоб вони вказували послідовність побудови схеми механізму. Спочатку розмічають його нерухомі точки, потім у вигляді вектора (за номером 0) зображають початкову ланку. При цьому вектор виходить з нерухомої точки. Обходячи кожен векторний контур схеми у довільно взятому напрямку, складають рівняння

замкненості, в котрих вектори, спрямовані проти напрямку обходу контуру, входять зі знаком «-».

За початок системи координат здебільшого беруть центр шарніру, який з'єднує початкову ланку зі стояком. Кут між вектором і віссю x , кутові швидкості та прискорення рахують додатними, коли вони напрямлені проти ходу годинникової стрілки. У протилежному випадку їх вважають від'ємними.

Послідовність розрахунку механізму визначається формулою його будови і здійснюється від останньої приєднаної групи до початкової ланки.

Розглянемо використання методу В.А. Зінов'єва на прикладі груп Ассура II класу 1, 2, 3-го видів [3].

§ 2. Аналітична кінематика кривошипно-коромислового механізму

Важільний кривошипно-коромисловий механізм, який лежить в основі багатьох сільськогосподарських машин, може бути представлений двома схемами складання (рис. 1.2, а, б). Його схема утворюється вхідною ланкою OA та групою Ассура II класу першого виду з трьома обертальними кінематичними парами. Схему цього механізму подамо у вигляді замкненого векторного контуру $OABC$, якому відповідає рівняння замкненості

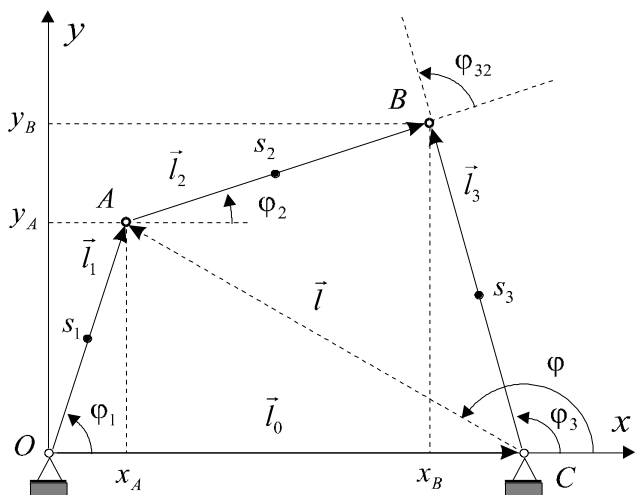
$$\vec{l}_1 + \vec{l}_2 = \vec{l}_0 + \vec{l}_3. \quad (1.1)$$

Виберемо систему координат XOY таким чином, щоб її початок співпадав з шарніром O , з'єднуючим початкову ланку зі стояком. Відлік кутів нахилу почнемо від додатного напрямку осі X проти ходу годинникової стрілки. Проектуючи рівняння (1.1) на осі нерухомої системи координат XOY , знаходимо:

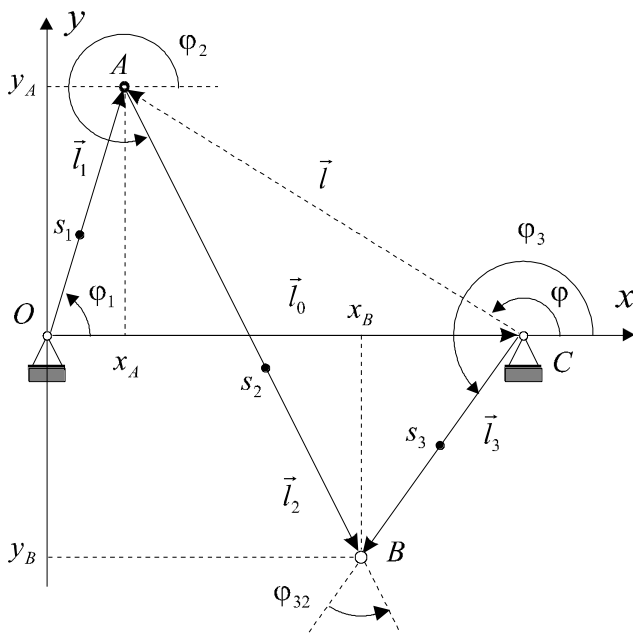
$$\begin{aligned} l_1 \cdot \cos \varphi_1 + l_2 \cdot \cos \varphi_2 &= l_0 + l_3 \cdot \cos \varphi_3, \\ l_1 \cdot \sin \varphi_1 + l_2 \cdot \sin \varphi_2 &= l_3 \cdot \sin \varphi_3. \end{aligned} \quad (1.2)$$

В системі (1.2) кут φ_1 – незалежний, а φ_2, φ_3 - залежні від нього.

Визначення величин невідомих кутів через систему рівнянь є важким, бо рівняння відносно них трансцендентні. Більш простим шляхом є використання геометричних співвідношень у кінематичній схемі механізму.



а



б

Рис. 1.2. Кінематична схема кривошипно-коромислового механізму

З $\triangle OAC$ (рис.1.2, а) знаходимо довжину l за теоремою косинусів

$$l = \sqrt{l_1^2 + l_0^2 - 2 \cdot l_1 \cdot l_0 \cdot \cos \varphi_1}. \quad (1.3)$$

Кут φ , утворений з віссю X , визначимо таким чином:

$$\cos \varphi = \frac{l_1 \cdot \cos \varphi_1 - l_0}{l}, \quad \sin \varphi = \frac{l_1 \cdot \sin \varphi_1}{l}. \quad (1.4)$$

Тоді рівняння (1.2), з урахуванням (1.4), можна звести до виду:

$$\begin{aligned} l_3 \cdot \cos \varphi_3 - l_2 \cdot \cos \varphi_2 &= l \cdot \cos \varphi, \\ l_3 \cdot \sin \varphi_3 - l_2 \cdot \sin \varphi_2 &= l \cdot \sin \varphi. \end{aligned} \quad (1.5)$$

Піднесемо праві та ліві частини рівняння (1.5) до квадрата, додамо їх, після перетворення знайдемо, що

$$\cos(\varphi_3 - \varphi_2) = \frac{l_2^2 + l_3^2 - l^2}{2 \cdot l_2 \cdot l_3}. \quad (1.6)$$

Введемо кут $\varphi_{32} = \varphi_3 - \varphi_2$. Для першого варіанта складання механізму $0 < \varphi_{32} < 180^\circ$, а для другого $-180^\circ < \varphi_{32} < 0$. Тому

$$\sin \varphi_{32} = \pm \sqrt{1 - \cos^2 \varphi_{32}}, \quad (1.7)$$

де «+» для першого варіанта складання механізму, «-» - другого. Рівняння (1.5) подамо у вигляді:

$$\begin{aligned} l_3 \cdot \cos \varphi_3 - l \cdot \cos \varphi &= l_2 \cdot \cos \varphi_2, \\ l_3 \cdot \sin \varphi_3 - l \cdot \sin \varphi &= l_2 \cdot \sin \varphi_2. \end{aligned} \quad (1.8)$$

Піднесемо ліві та праві частини рівняння (1.8) до квадрата, складемо їх, після перетворення отримаємо

$$\cos(\varphi - \varphi_3) = \frac{l_3^2 + l^2 - l_2^2}{2 \cdot l_3 \cdot l}. \quad (1.9)$$

Для першого варіанта складання механізму $0 < (\varphi - \varphi_3) < 180^\circ$, для другого $-180^\circ < (\varphi - \varphi_3) < 0$. Тому

$$\sin(\varphi - \varphi_3) = \pm \sqrt{1 - \cos^2(\varphi - \varphi_3)}, \quad (1.10)$$

де «+» для першого варіанта складання механізму, «-» - другого.

Знаходимо кути φ_2 та φ_3 , які визначають положення ланок механізму під час руху, в залежності від кута обертання φ_1 кривошипа:

$$\begin{aligned}\varphi_3 &= \varphi - (\varphi - \varphi_3), \\ \varphi_2 &= \varphi_3 - \varphi_{32}.\end{aligned}\tag{1.11}$$

В праві частини рівнянь (1.11) треба підставляти φ , $(\varphi - \varphi_3)$, φ_{32} , знайдені, відповідно, з рівнянь (1.4), (1.10), (1.7).

Координати, проекції швидкостей та прискорень точок A , B , S_2 , S_3 можна визначити за формулами:

$$\begin{aligned}x_A &= l_1 \cdot \cos \varphi_1, \\ v_{Ax} &= \frac{dx_A}{dt} = -l_1 \cdot \omega_1 \cdot \sin \varphi_1, \\ a_{Ax} &= \frac{d^2 x_A}{dt^2} = -l_1 (\omega_1^2 \cdot \cos \varphi_1 + \varepsilon_1 \cdot \sin \varphi_1); \\ x_B &= l_0 + l_3 \cdot \cos \varphi_3, \\ v_{Bx} &= \frac{dx_B}{dt} = -l_3 \cdot \omega_3 \cdot \sin \varphi_3, \\ a_{Bx} &= \frac{d^2 x_B}{dt^2} = -l_3 (\omega_3^2 \cdot \cos \varphi_3 + \varepsilon_3 \cdot \sin \varphi_3); \\ y_A &= l_1 \cdot \sin \varphi_1, \\ v_{Ay} &= \frac{dy_A}{dt} = l_1 \cdot \omega_1 \cdot \cos \varphi_1, \\ a_{Ay} &= \frac{d^2 y_A}{dt^2} = -l_1 (\omega_1^2 \cdot \sin \varphi_1 - \varepsilon_1 \cdot \cos \varphi_1); \\ y_B &= l_3 \cdot \sin \varphi_3, \\ v_{By} &= \frac{dy_B}{dt} = l_3 \cdot \omega_3 \cdot \cos \varphi_3, \\ a_{By} &= \frac{d^2 y_B}{dt^2} = -l_3 (\omega_3^2 \cdot \sin \varphi_3 - \varepsilon_3 \cdot \cos \varphi_3);\end{aligned}\tag{1.12}$$

$$\begin{aligned}
x_{S2} &= l_1 \cdot \cos \varphi_1 + l_{AS2} \cdot \cos \varphi_2, \\
v_{S2x} &= \frac{dx_{S2}}{dt} = -l_1 \cdot \omega_1 \cdot \sin \varphi_1 - l_{AS2} \cdot \omega_2 \cdot \sin \varphi_2, \\
a_{S2x} &= \frac{d^2 x_{S2}}{dt^2} = -l_1 (\omega_1^2 \cdot \cos \varphi_1 + \varepsilon_1 \cdot \sin \varphi_1) - \\
&\quad - l_{AS2} (\omega_2^2 \cdot \cos \varphi_2 + \varepsilon_2 \cdot \sin \varphi_2); \quad (1.13)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
y_{S2} &= l_1 \cdot \sin \varphi_1 + l_{AS2} \cdot \sin \varphi_2, \\
v_{S2y} &= \frac{dy_{S2}}{dt} = l_1 \cdot \omega_1 \cdot \cos \varphi_1 + l_{AS2} \cdot \omega_2 \cdot \cos \varphi_2, \\
a_{S2y} &= \frac{d^2 y_{S2}}{dt^2} = -l_1 (\omega_1^2 \cdot \sin \varphi_1 - \varepsilon_1 \cdot \cos \varphi_1) - \\
&\quad - l_{AS2} (\omega_2^2 \cdot \sin \varphi_2 - \varepsilon_2 \cdot \cos \varphi_2); \quad (1.14)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
x_{S3} &= l_0 + l_{CS3} \cdot \cos \varphi_3, \\
v_{S3x} &= \frac{dx_{S3}}{dt} = -l_{CS3} \cdot \omega_3 \cdot \sin \varphi_3, \\
a_{S3x} &= \frac{d^2 x_{S3}}{dt^2} = -l_{CS3} (\omega_3^2 \cdot \cos \varphi_3 + \varepsilon_3 \cdot \sin \varphi_3); \\
y_{S3} &= l_{CS3} \cdot \sin \varphi_3, \\
v_{S3y} &= \frac{dy_{S3}}{dt} = l_{CS3} \cdot \omega_3 \cdot \cos \varphi_3, \\
a_{S3y} &= \frac{d^2 y_{S3}}{dt^2} = -l_{CS3} (\omega_3^2 \cdot \sin \varphi_3 - \varepsilon_3 \cdot \cos \varphi_3). \quad (1.15)
\end{aligned}$$

Значення кутових швидкостей ω_2 та ω_3 , кутових прискорень ε_2 та ε_3 знаходимо, двічі продиференціювавши рівняння (1.2):

$$\omega_2 = -\omega_1 \frac{l_1 \cdot \sin(\varphi_1 - \varphi_3)}{l_2 \cdot \sin(\varphi_2 - \varphi_3)}, \quad (1.16)$$

$$\omega_3 = \omega_1 \frac{l_1 \cdot \sin(\varphi_1 - \varphi_2)}{l_2 \cdot \sin(\varphi_3 - \varphi_2)}; \quad (1.17)$$

$$\varepsilon_2 = \frac{-l_1 \cdot \omega_1^2 \cdot \cos(\varphi_1 - \varphi_3) - l_2 \cdot \omega_2^2 \cdot \cos(\varphi_2 - \varphi_3) + l_3 \cdot \omega_3^2}{l_2 \cdot \sin(\varphi_2 - \varphi_3)} + \\ + \varepsilon_1 \cdot \frac{\omega_2}{\omega_1}, \quad (1.18)$$

$$\varepsilon_3 = \frac{l_1 \cdot \omega_1^2 \cdot \cos(\varphi_1 - \varphi_2) - l_3 \cdot \omega_3^2 \cdot \cos(\varphi_3 - \varphi_2) + l_2 \cdot \omega_2^2}{l_3 \cdot \sin(\varphi_3 - \varphi_2)} + \\ + \varepsilon_1 \cdot \frac{\omega_3}{\omega_1}. \quad (1.19)$$

Коли кривошип обертається рівномірно ($\omega_1 = \text{const}$), другі складові в формулах (1.18, 1.19) перетворюються в нуль.

Абсолютні значення швидкостей та прискорень точок A, B, S_2, S_3 знаходимо за формулами:

$$v_A = l_1 \cdot |\omega_1|, \quad v_B = l_3 \cdot |\omega_3|; \\ a_A = l_1 \cdot \sqrt{\omega_1^4 + \varepsilon_1^2}, \quad a_B = l_3 \cdot \sqrt{\omega_3^4 + \varepsilon_3^2}; \\ v_{S2} = \sqrt{v_{S2x}^2 + v_{S2y}^2}, \quad v_{S3} = \sqrt{v_{S3x}^2 + v_{S3y}^2}; \\ a_{S2} = \sqrt{a_{S2x}^2 + a_{S2y}^2}, \quad a_{S3} = \sqrt{a_{S3x}^2 + a_{S3y}^2}. \quad (1.20)$$

§ 3. Аналітична кінематика кривошипно-повзунного механізму

Кривошипно-повзунний механізм (рис.1.3) є основою багатьох машин (жатки, косарки, двигуна, пресу та ін.). Він складається з кривошипа (початкової ланки) та структурної групи II класу, яка включає в себе шатун 2 і повзун 3.

Складаємо рівняння замкнутого контуру

$$\vec{l}_1 + \vec{l}_2 = \vec{l}_3 + \vec{l}_4. \quad (1.21)$$

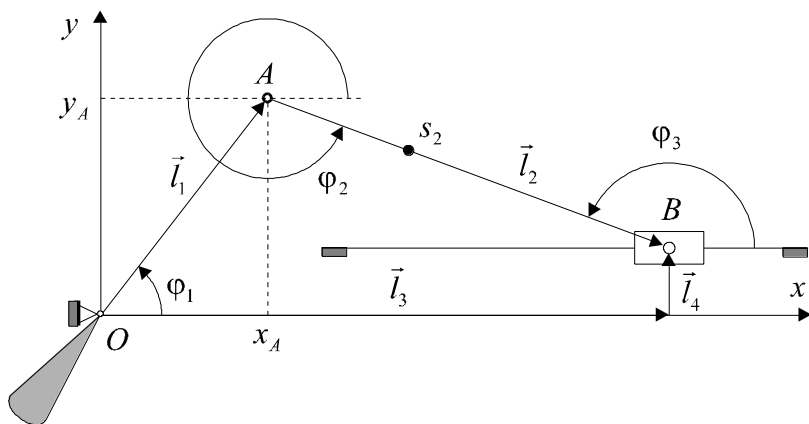


Рис.1.3. Кінематична схема кривошипно-повзунного механізму

Проектуючи рівняння (1.21) на осі X та Y , дістанемо:

$$\begin{aligned} l_1 \cdot \cos \varphi_1 + l_2 \cdot \cos \varphi_2 &= l_3, \\ l_1 \cdot \sin \varphi_1 + l_2 \cdot \sin \varphi_2 &= l_4. \end{aligned} \quad (1.22)$$

Рівняння містять дві невідомі: відрізок l_3 та кут φ_2 . Визначаємо кут φ_2 з рівнянь (1.22)

$$\sin \varphi_2 = \frac{l_4 - l_1 \cdot \sin \varphi_1}{l_2}. \quad (1.23)$$

Тоді

$$\cos \varphi_2 = \sqrt{1 - \sin^2 \varphi_2}. \quad (1.24)$$

Для визначення швидкостей та прискорень двічі продиференціюємо систему рівнянь (1.22) за часом:

$$\begin{aligned} \omega_2 &= -\frac{l_1}{l_2} \cdot \omega_1 \cdot \frac{\cos \varphi_1}{\cos \varphi_2}, \\ \varepsilon_2 &= \frac{l_1 \cdot \omega_1^2 \cdot \sin \varphi_1 + l_2 \cdot \omega_2^2 \cdot \sin \varphi_2}{l_2 \cdot \cos \varphi_2} + \varepsilon_1 \cdot \frac{\omega_2}{\omega_1}, \\ v_B &= \frac{l_1 \cdot \omega_1 \cdot \sin(\varphi_2 - \varphi_1)}{\cos \varphi_2}, \end{aligned} \quad (1.25)$$

$$a_B = -\frac{l_1 \cdot \omega_1^2 \cdot \cos(\varphi_2 - \varphi_1) + l_2 \cdot \omega_2^2}{\cos \varphi_2} + \varepsilon_1 \cdot \frac{v_B}{\omega_1}. \quad (1.26)$$

Визначаємо координати точок A , S_2 , B :

$$x_A = l_1 \cdot \cos \varphi_1, \quad y_A = l_1 \cdot \sin \varphi_1; \quad (1.27)$$

$$\begin{aligned} x_{S_2} &= l_1 \cdot \cos \varphi_1 + l_{AS_2} \cdot \cos \varphi_2, \\ y_{S_2} &= l_1 \cdot \sin \varphi_1 + l_{AS_2} \cdot \sin \varphi_2. \end{aligned} \quad (1.28)$$

Проекції векторів швидкостей та прискорень точок A та S_2 визначаємо згідно формул:

$$\begin{aligned} v_{Ax} &= \frac{dx_A}{dt} = -l_1 \cdot \omega_1 \cdot \sin \varphi_1, \\ v_{Ay} &= \frac{dy_A}{dt} = l_1 \cdot \omega_1 \cdot \cos \varphi_1; \end{aligned} \quad (1.29)$$

$$\begin{aligned} v_{S_2x} &= \frac{dx_{S_2}}{dt} = -l_1 \cdot \omega_1 \cdot \sin \varphi_1 - l_{AS_2} \cdot \omega_2 \cdot \sin \varphi_2, \\ v_{S_2y} &= \frac{dy_{S_2}}{dt} = l_1 \cdot \omega_1 \cdot \cos \varphi_1 + l_{AS_2} \cdot \omega_2 \cdot \cos \varphi_2; \end{aligned} \quad (1.30)$$

$$\begin{aligned} a_{Ax} &= \frac{d^2 x_A}{dt^2} = -l_1 (\omega_1^2 \cdot \cos \varphi_1 + \varepsilon_1 \cdot \sin \varphi_1), \\ a_{Ay} &= \frac{d^2 y_A}{dt^2} = -l_1 (\omega_1^2 \cdot \sin \varphi_1 - \varepsilon_1 \cdot \cos \varphi_1); \end{aligned} \quad (1.31)$$

$$\begin{aligned} a_{S_2x} &= \frac{d^2 x_{S_2}}{dt^2} = -l_1 (\omega_1^2 \cdot \cos \varphi_1 + \varepsilon_1 \cdot \sin \varphi_1) - \\ &\quad - l_{AS_2} (\omega_2^2 \cdot \cos \varphi_2 + \varepsilon_2 \cdot \sin \varphi_2), \\ a_{S_2y} &= \frac{d^2 y_{S_2}}{dt^2} = -l_1 (\omega_1^2 \cdot \sin \varphi_1 - \varepsilon_1 \cdot \cos \varphi_1) \\ &\quad - l_{AS_2} (\omega_2^2 \cdot \sin \varphi_2 - \varepsilon_2 \cdot \cos \varphi_2). \end{aligned} \quad (1.32)$$

§ 4. Аналітична кінематика кулісного механізму

Кулісний механізм (рис. 1.4) лежить в основі швидкісних жаток, зуборізних верстатів та ін. Він складається з вихідної ланки (кривошипа) та структурної групи II класу 3-го виду.

Складаємо векторне рівняння замкнутого контуру

$$\vec{l} = \vec{l}_0 + \vec{l}_1. \quad (1.33)$$

Проектуємо його на осі X та Y :

$$l \cdot \cos \varphi_3 = l_0 + l_1 \cdot \cos \varphi_1,$$

$$l \cdot \sin \varphi_3 = l_0 + l_1 \cdot \sin \varphi_1. \quad (1.34)$$

З рівнянь (1.34) знаходимо:

$$\cos \varphi_3 = \frac{l_1 \cdot \cos \varphi_1}{l},$$

$$\sin \varphi_3 = \frac{l_0 + l_1 \cdot \sin \varphi_1}{l}. \quad (1.35)$$

Довжина вектора \vec{l}

$$l = \sqrt{l_0^2 + l_1^2 + 2 \cdot l_0 \cdot l_1 \cdot \sin \varphi_1}. \quad (1.36)$$

Двічі продиференціювавши рівняння (1.34), визначимо кутову швидкість куліси

$$\omega_3 = \frac{l_1}{l} \cdot \omega_1 \cdot \cos(\varphi_1 - \varphi_3). \quad (1.37)$$

Відносну швидкість повзуна (кулісного каменя 2) вздовж куліси знаходимо за формулою:

$$v_{A2A3} = -l_1 \cdot \omega_1 \cdot \sin(\varphi_1 - \varphi_3). \quad (1.38)$$

Кутове прискорення куліси

$$\varepsilon_3 = \frac{2 \cdot \omega_3 \cdot v_{A2A3} + l_1 \cdot \omega_1^2 \cdot \sin(\varphi_1 - \varphi_3)}{l} + \varepsilon_1 \cdot \frac{\omega_3}{\omega_1}. \quad (1.39)$$

Відносне прискорення ковзання повзуна вздовж куліси

$$a_{A2A3}^r = l \cdot \omega_3^2 - l_1 \cdot \omega_1^2 \cdot \cos(\varphi_1 - \varphi_3) + \varepsilon_1 \cdot \frac{v_{A2A3}}{\omega_1}. \quad (1.40)$$

Прискорення Коріоліса

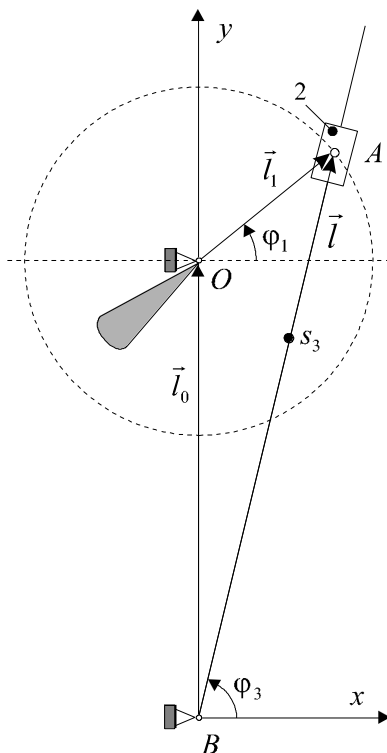


Рис.1.4. Кулісний механізм

$$a_{A_2A_3}^k = 2 \cdot \omega_3 \cdot v_{A_2A_3}. \quad (1.41)$$

Координати, проекції швидкостей та прискорень шарніра A визначаємо згідно формул:

$$\begin{aligned} x_A &= l_1 \cdot \cos \varphi_1, & y_A &= l_1 \cdot \sin \varphi_1; \\ v_{Ax} &= \frac{dx_A}{dt} = -l_1 \cdot \omega_1 \cdot \sin \varphi_1, & v_{Ay} &= \frac{dy_A}{dt} = l_1 \cdot \omega_1 \cdot \cos \varphi_1; \\ a_{Ax} &= \frac{d^2 x_A}{dt^2} = -l_1 (\omega_1^2 \cdot \cos \varphi_1 + \varepsilon_1 \cdot \sin \varphi_1), \\ a_{Ay} &= \frac{d^2 y_A}{dt^2} = -l_1 (\omega_1^2 \cdot \sin \varphi_1 - \varepsilon_1 \cdot \cos \varphi_1). \end{aligned} \quad (1.42)$$

Значення координат, проекції швидкостей та прискорень точки A_3 , яка знаходиться на кулісі ($A_3=A$):

$$\begin{aligned} x_{A_3} &= x_A, \\ v_{A_3x} &= \frac{dx_{A_3}}{dt} = -l \cdot \omega_3 \cdot \sin \varphi_3, \\ a_{A_3x} &= \frac{d^2 x_{A_3}}{dt^2} = -l \cdot (\omega_3^2 \cos \varphi_3 - \varepsilon_3 \cdot \sin \varphi_3); \\ y_{A_3} &= y_A, \\ v_{A_3y} &= \frac{dy_{A_3}}{dt} = l \cdot \omega_3 \cdot \cos \varphi_3, \\ a_{A_3y} &= \frac{d^2 y_{A_3}}{dt^2} = -l \cdot (\omega_3^2 \cdot \sin \varphi_3 - \varepsilon_3 \cdot \cos \varphi_3). \end{aligned} \quad (1.43)$$

Модулі швидкостей та прискорень точок A , A_3 однакові і визначаються за формулами:

$$\begin{aligned} v_A &= l_1 \cdot |\omega_1|, & v_{A_3} &= l \cdot |\omega_3|; \\ a_A &= l_1 \cdot \sqrt{\omega_1^4 + \varepsilon_1^2}, & a_{A_3} &= l \cdot \sqrt{\omega_3^2 + \varepsilon_3^2}. \end{aligned} \quad (1.44)$$

Вищевикладена методика є загальною для механізмів з будь-якою кількістю ланок. При використанні ПЕОМ завжди може бути складена відповідна програма для кінематичного аналізу механізмів будь-якої структури [4].

Питання для самоконтролю

1. В чому полягає задача кінематичного розрахунку механізмів?
2. Які існують методи кінематичного розрахунку механізмів?
3. Аналітична кінематика, її недоліки та переваги.
4. Межі застосування методу Зінов'єва.
5. Межі застосування методу Морошкіна.
6. Порядок кінематичного розрахунку механізмів.
7. Що називається векторним рівнянням замкненості? Чому потрібна сукупність незалежних рівнянь замкненості?
8. Особливості визначення через незалежні рівняння замкненості координат механізму.
9. Особливості визначення через незалежні рівняння замкненості швидкостей (лінійних та кутових) ланок механізму.
10. Особливості визначення через незалежні рівняння замкненості прискорень (лінійних та кутових) ланок механізму.
11. Основні типи і кінематичні схеми плоских важільних механізмів.
12. Складіть рівняння замкненості для кривошипно-коромислового механізму.
13. Складіть рівняння замкненості для кривошипно-повзунного механізму.
14. Складіть рівняння замкненості для кулісного механізму.
15. Визначте швидкості ланок кривошипно-коромислового механізму.
16. Визначте швидкості ланок кривошипно-повзунного механізму.
17. Визначте швидкості ланок кулісного механізму.
18. Визначте прискорення ланок кривошипно-коромислового механізму.
19. Визначте прискорення ланок кривошипно-повзунного механізму.
20. Визначте прискорення ланок кулісного механізму.
21. Як провести кінематичне дослідження плоских важільних механізмів, які складаються з декількох груп Ассура?

Глава 2. Аналітичний метод силового розрахунку важільних механізмів

Силовий розрахунок механізмів полягає у визначенні сил, діючих на окремі ланки механізмів при їх русі. Виникнення реакцій в кінематичних парах зумовлено не тільки впливом зовнішніх сил, але й рухом ланок з прискореннями. Додаткові динамічні складові реакцій враховують шляхом введення у розрахунок сил інерції ланок. Силовий розрахунок механізму дозволяє розв'язати наступні інженерні задачі:

- 1) визначення оптимальних конструктивних форм ланок механізму шляхом їх розрахунків на міцність, жорсткість, вібронестійкість, зносостійкість та інших;
- 2) розрахунок опор та напрямних на довготривалість;
- 3) вибір потужності двигуна;
- 4) регулювання механізму;
- 5) зрівноваження рухомих мас;
- 6) розрахунок фундаменту машин.

Силовий розрахунок механізмів може бути виконаний різними методами. Широке використання знайшов метод на основі звичайних рівнянь рівноваги твердих тіл. Його суть зводиться до використання **принципу д'Аламбера**:

під час руху матеріальної системи в кожен момент часу активні сили і реакції в'язей зрівноважуються силами інерції.

Рівняння статки, складені на підставі принципу д'Аламбера для рухомої матеріальної системи, називаються **рівняннями кінетостатики**, а сам метод дослідження – **методом кінетостатики**.

Аналітичний метод силового розрахунку полягає в наступному. В механізмі вилучають статично визначені кінематичні ланцюги. Відповідно принципу д'Аламбера, до них прикладають зовнішні сили та сили інерції, а також реакції від'єднаних від них ланок. Розглядаючи рівновагу цих ланцюгів, визначають невідомі реакції в'язей. Для спрощення розв'язання задачі систему рівнянь намагаються скласти так, щоб до кожного входила лише одна шукана реакція чи її складова.

Необхідно зазначити, що аналітичний метод силового розрахунку легко реалізується на ПЕОМ. Після цього з'являється можливість легко змінювати (на відміну від графо-аналітичного методу) основні параметри розрахунків (силові і кінематичні), і

продивлятися при цьому результати розрахунків на всій області зміни цих параметрів.

Розглянемо послідовність визначення реакцій в кінематичних парах для групи 2-го класу.

§ 1. Аналітичний метод силового розрахунку кривошипно-коромислового механізму

Застосовувати аналітичний метод розв'язання необхідно тільки у випадку, коли попереднє кінематичне дослідження було виконане аналітично. Силowe навантаження групи II(2-3) першого виду, яка складається з трьох обертальних пар та двох ланок, показано на рис.2.1.

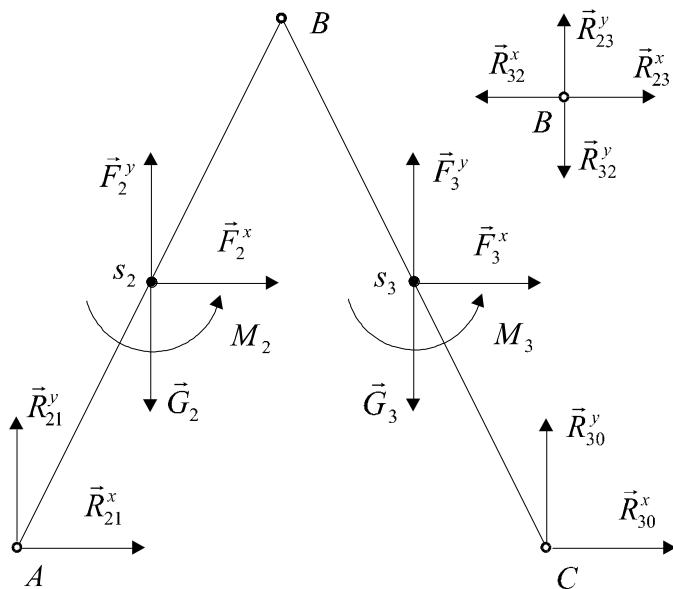


Рис.2.1. Силowe навантаження групи 2-го класу першого виду:

F_2, F_3 - сили інерції;

M_2, M_3 - моменти сил інерції;

R_{30}, R_{21} - реакції в шарнірах A, C ;

G_2, G_3 - сили ваги ланок

Сили представлені у вигляді проєкцій $F_2^x, F_2^y, F_3^x, F_3^y$ на відповідні осі. Моменти беремо зі знаком «+», коли вони спрямовані проти ходу годинникової стрілки.

Сили взаємодії ланок у кінематичних парах A , C подані у вигляді проекцій R_{21}^x , R_{21}^y , R_{30}^x , R_{30}^y на відповідні осі координат. Для їх визначення необхідно скласти рівняння проекцій сил, які діють на групу, а також рівняння моментів сил відносно точки B окремо для кожної ланки. При складанні рівнянь моментів зручно визначати момент сили, наприклад \vec{F}_3 , відносно центру моментів на площині, наприклад точки B , за формулою

$$M_B(\vec{F}_3) = r_x \cdot F_3^y - r_y \cdot F_3^x. \quad (2.1)$$

Тут r_x , r_y - проекції на координатні осі радіуса-вектора $\vec{r} = B\vec{S}_3$, який з'єднує точку B з точкою S_3 , де прикладена сила \vec{F}_3 . Їх зручно визначати як різницю координат:

$$r_x = x_{S_2} - x_B, \quad r_y = y_{S_2} - y_B.$$

Система рівнянь кінетостатики буде мати вигляд:

$$\begin{aligned} R_{21}^x + F_2^x + F_3^x + R_{30}^x &= 0, \\ R_{21}^y + F_2^y + F_3^y + R_{30}^y - G_2 - G_3 &= 0, \\ (x_A - x_B) \cdot R_{21}^y - (y_A - y_B) \cdot R_{21}^x + M_2 + \\ &+ (x_{S_2} - x_B) \cdot (F_2^y - G_2) - (y_{S_2} - y_B) \cdot F_2^x = 0, \\ (x_C - x_B) \cdot R_{30}^y - (y_C - y_B) \cdot R_{30}^x + M_2 + \\ &+ (x_{S_3} - x_B) \cdot (F_3^y - G_3) - (y_{S_3} - y_B) \cdot F_3^x = 0. \end{aligned} \quad (2.2)$$

Тут x_A , y_A , x_B , y_B , x_C , y_C , x_{S_2} , y_{S_2} , x_{S_3} , y_{S_3} - координати точок A , B , C , S_2 , S_3 , які знайдені при кінематичному дослідженні механізму.

Значення реакції R_{23} у внутрішній кінематичній парі B знаходимо, розглядаючи рівновагу сил, що діють на ланку 2:

$$\begin{aligned} R_{21}^x + F_2^x + R_{23}^x &= 0, \\ R_{21}^y + F_2^y + R_{23}^y - G_2 &= 0. \end{aligned} \quad (2.3)$$

Модулі відповідних реакцій знаходимо за формулами:

$$\begin{aligned}
 R_{21} &= \sqrt{(R_{21}^x)^2 + (R_{21}^y)^2}, \\
 R_{23} &= \sqrt{(R_{23}^x)^2 + (R_{23}^y)^2}, \\
 R_{30} &= \sqrt{(R_{30}^x)^2 + (R_{30}^y)^2}.
 \end{aligned}
 \quad (2.4)$$

Відповідні напрямні кути цих векторів визначаємо згідно формул:

$$\gamma_{21} = \arctg \frac{R_{21}^y}{R_{21}^x}, \quad \gamma_{23} = \arctg \frac{R_{23}^y}{R_{23}^x}, \quad \gamma_{30} = \arctg \frac{R_{30}^y}{R_{30}^x}. \quad (2.5)$$

§ 2. Аналітичний метод силового розрахунку кривошипно-повзунного механізму

Група 2-го класу 2-го виду та її силове навантаження представлені на рис.2.2.

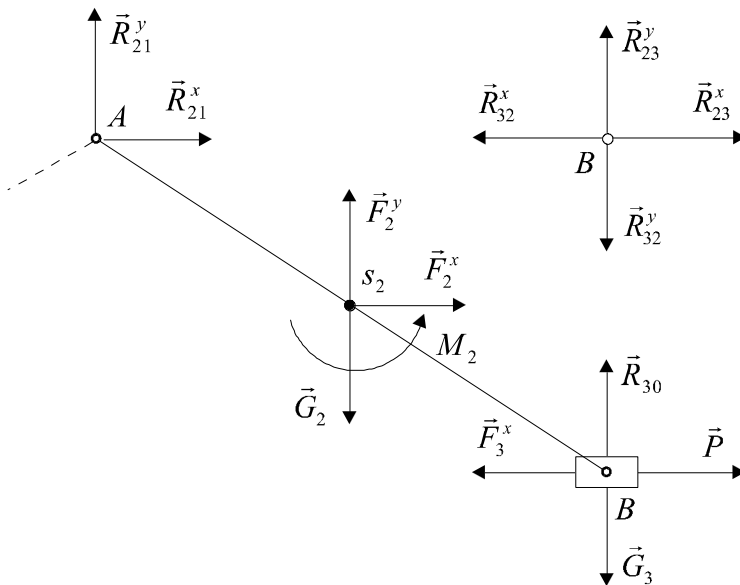


Рис.2.2. Силове навантаження групи 2-го класу 2-го виду:

F_2, F_3 - сили інерції;

M_2 , - момент сил інерції;

R_{30}, R_{21} – реакції в кінематичних парах;

G_2, G_3 – сили ваги ланок

Аналіз силового навантаження групи (рис.2.2) дозволяє зробити висновок, що реакція R_{21} невідома за величиною і напрямком, а реакція R_{30} перпендикулярна до осі x , вздовж якої рухається ланка 3. Однак невідоме плече її дії і величина сили.

Для визначення складових R_{21}^x , R_{21}^y реакції R_{21} , а також реакції R_{30} , складаємо рівняння проекцій сил, діючих на групу, а також рівняння моментів цих сил відносно точки B :

$$\begin{aligned} R_{21}^x + F_2^x + F_3^x + P &= 0, \\ R_{21}^y + F_2^y - G_2 - G_3 + R_{30} &= 0, \\ (x_A - x_B) \cdot R_{21}^y - (y_A - x_B) \cdot R_{21}^x + M_2 + \\ + (x_{S_2} - x_B) \cdot (F_2^y - G_2) - (y_A - y_B) \cdot F_2^x &= 0. \end{aligned} \quad (2.6)$$

Для визначення реакції R_{23} у кінематичній парі B розглядаємо рівновагу сил, які діють на одну ланку, наприклад 2:

$$\begin{aligned} R_{21}^x + F_2^x + R_{23}^x &= 0, \\ R_{21}^y + F_2^y + R_{23}^y - G_2 &= 0. \end{aligned} \quad (2.7)$$

Модулі реакцій:

$$\begin{aligned} R_{21} &= \sqrt{(R_{21}^x)^2 + (R_{21}^y)^2}, \\ R_{23} &= \sqrt{(R_{23}^x)^2 + (R_{23}^y)^2}. \end{aligned} \quad (2.8)$$

Напрявні кути:

$$\gamma_{21} = \arctg \frac{R_{21}^y}{R_{21}^x}, \quad \gamma_{23} = \arctg \frac{R_{23}^y}{R_{23}^x}. \quad (2.9)$$

§ 3. Аналітичний метод силового розрахунку кулісного механізму

Такий механізм обов'язково містить кулісу. Його різновидом є кривошипно-кулісний механізм, до складу якого входять кривошип і куліса (рис. 2.3). Його ми і розглянемо. Це механізм 2-го класу 3-го виду. Його силове навантаження представлено на рис.2.3. Масою кулісного каменя – ланки 2, як правило, нехтують. Ланка 2 знаходиться в рівновазі під дією двох реактивних сил: $\vec{R}_{21} + \vec{R}_{23} = 0$. Тому $\vec{R}_{23} = -\vec{R}_{21}$ і в проекціях

$$R_{23} = R_{21}. \quad (2.10)$$

Оскільки реакція R_{23} в поступальній парі A перпендикулярна до лінії AB , то і реакція R_{21} перпендикулярна до тієї ж лінії. Величину R_{21} визначимо з рівняння моментів сил, які діють на групу II(2-3) відносно точки B :

$$R_{21} \cdot l_{AB} + (x_{S_2} - x_B) \cdot (F_3^y - G_3) - (y_{S_3} - y_B) \cdot F_3^x + M_3 = 0. \quad (2.11)$$

Проекції сили R_{21} на осі координат:

$$\begin{aligned} R_{21}^x &= R_{21} \cdot \cos(90^\circ + \varphi_3) = \\ &= -R_{21} \cdot \sin \varphi_3, \\ R_{21}^y &= R_{21} \cdot \sin(90^\circ + \varphi_3) = \\ &= R_{21} \cdot \cos \varphi_3. \end{aligned} \quad (2.12)$$

Реакцію R_{30} визначаємо з умови рівноваги сил, які діють на групу:

$$\begin{aligned} R_{30}^x + R_{21}^x + F_3^x &= 0, \\ R_{30}^y + R_{21}^y + F_3^y - G_3 &= 0. \end{aligned} \quad (2.13)$$

Модуль реакції R_{30}

$$R_{30} = \sqrt{(R_{30}^x)^2 + (R_{30}^y)^2}. \quad (2.14)$$

Напрямний кут

$$\gamma_{30} = \arctg(R_{30}^y / R_{30}^x). \quad (2.15)$$

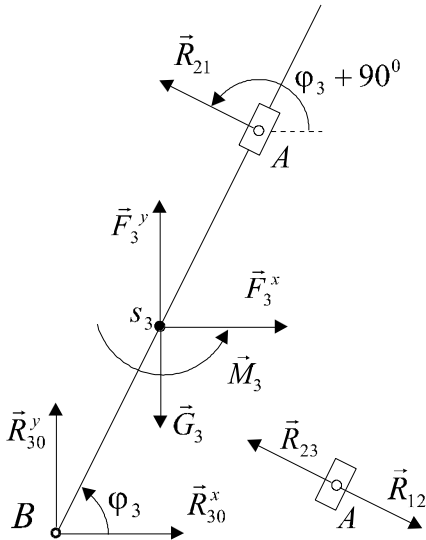


Рис.2.3. Силове навантаження групи 2-го класу 3-го виду:

\vec{F}_3^x, \vec{F}_3^y - проекції;

M_3 - момент сил інерції

§ 4. Силевий розрахунок початкової ланки

Силевий розрахунок початкової ланки виконують після визначення реакцій в кінематичних парах груп Ассур, які входять до складу механізму.

Припустимо, що початкова ланка - це незрівноважений кривошип. До нього прикладені (рис.2.4): сила F_1 та момент M_1 сил інерції; вже знайдена реакція R_{12} в парі A ; невідома реакція

R_{10} в парі O ; зрівноважуючий момент $M_{зр}$, що забезпечує обертання кривошипа за заданим законом; сила ваги кривошипа G_1 . Величину зрівноважуючого моменту $M_{зр}$ знаходимо з рівняння моментів сил відносно точки O :

$$M_{зр} + M_1 + (x_{s_1} - x_0) \cdot F_1^y - (y_{s_1} - y_0) \cdot F_1^x + \\ + (x_A - x_0) \cdot R_{12}^y - (y_A - y_0) \cdot R_{12}^x - (x_{s_1} - x_0) \cdot G_1 = 0. \quad (2.16)$$

Для визначення реакції R_{10} в шарнірі O складаємо рівняння проекцій сил на координатні осі:

$$R_{10}^x + R_{12}^x + F_1^x = 0, \\ R_{10}^y + R_{12}^y + F_1^y - G_1 = 0. \quad (2.17)$$

По розв'язанні цих рівнянь відносно проекцій визначаємо модуль реакції

$$R_{10} = \sqrt{(R_{10}^x)^2 + (R_{10}^y)^2} \quad (2.18)$$

і її напрямний кут, який утворюється з віссю x

$$\gamma_{10} = \arctg \frac{R_{10}^y}{R_{10}^x}. \quad (2.19)$$

Якщо кривошип зрівноважений, то в рівняння (2.16), (2.17) не будуть входити сили інерції. В перше рівняння не буде входити і сила ваги.

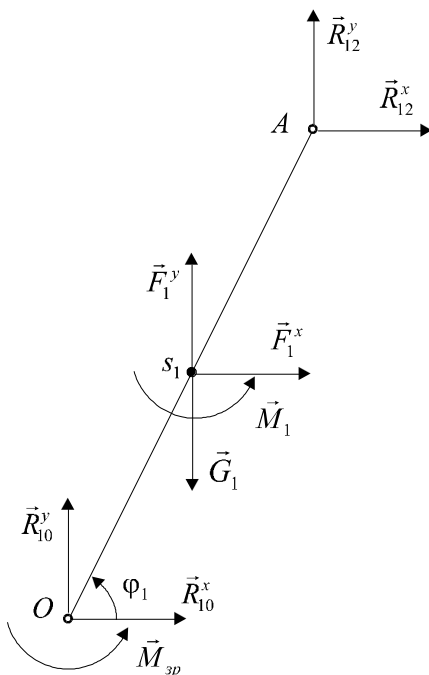


Рис.2.4. Силове навантаження початкової ланки:
 F_1 - сила інерції;
 M_2 - момент сил інерції;
 R_{10}, R_{12} - реакції в кінематичних парах;
 G_1 , - сила ваги;
 $M_{зр}$ - зрівноважуючий момент

Питання для самоконтролю

1. В чому полягає задача силового дослідження механізмів?
2. Які інженерні задачі дозволяє розв'язати силовий розрахунок механізмів?
3. На якому принципі теоретичної механіки базується силове дослідження механізмів?
4. В чому полягає аналітичний метод силового розрахунку механізмів?
5. Чому структурна група статично визначена?
6. Як знайти сили та проекції сил інерції?
7. Як знайти моменти сил інерції?
8. Покажіть силове навантаження групи II класу першого виду (кривошипно-коромисловий механізм).
9. Запишіть рівняння кінетостатики для кривошипно-коромислового механізму.
10. Як визначаються сили взаємодії між ланками в структурній групі?
11. Як визначається абсолютна величина і напрям сил взаємодії між ланками механізму?
12. Покажіть силове навантаження групи II класу другого виду (кривошипно-повзунний механізм).
13. Запишіть рівняння кінетостатики для кривошипно-повзунного механізму.
14. Покажіть силове навантаження групи II класу третього виду (кривошипно-кулісний механізм).
15. Запишіть рівняння кінетостатики для кривошипно-кулісного механізму.
16. Силовий розрахунок початкової ланки.
17. Покажіть силове навантаження початкової ланки.
18. Запишіть рівняння кінетостатики для початкової ланки.
19. Що таке зрівноважуюча сила, зрівноважуючий момент?
20. Коли при силовому розрахунку початкової ланки прикладають зрівноважуючу силу, а коли зрівноважуючий момент?
21. Особливості розрахунку зрівноваженого кривошипа.

Глава 3. Синтез кулачкових механізмів

Виконання робочого процесу іноді викликає необхідність мати у складі механізму такий рух вихідних ланок, що виконується точно за заданим законом. Найбільш простими, надійними та компактними для виконання такої задачі є **кулачкові механізми**. За їх допомогою є можливість легко здійснити будь-який наперед заданий закон руху вихідної ланки, навіть з зупинками, при безперервному русі кулачка. Для цього необхідно у відповідному місці виконати профіль кулачка дуговим з центром на осі його обертання.

§ 1. Основні поняття та визначення

Кулачок - ланка, що має елемент вищої пари, виконаний у вигляді поверхні змінної кривини.

Кулачковим називають механізм, складовою частиною якого є кулачок.

Кулачок є, здебільшого, вхідною (ведучою) ланкою і може здійснювати як обертальний, так і поступальний рух.

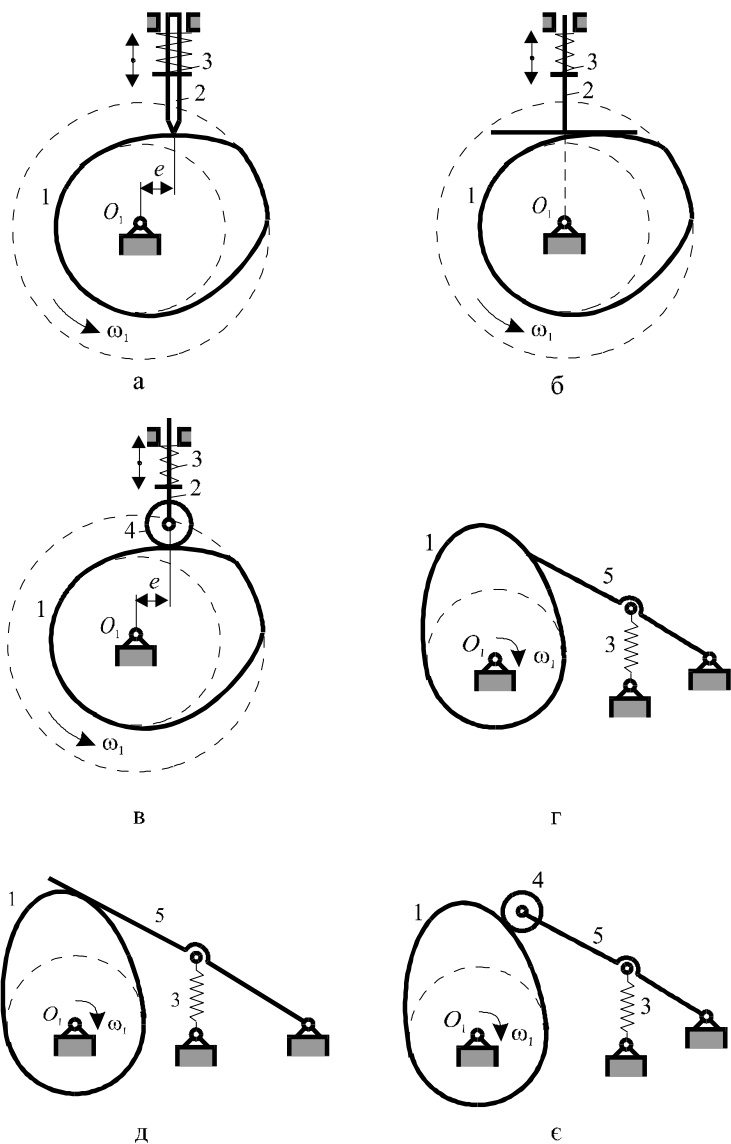
В залежності від характеру руху вихідної ланки кулачкового механізму вона називається: **штовхачем** - при поступальному русі (рис. 3.1, а-в; рис. 3.2, б, в); **коромислом** - при обертальному (коливальному) русі (рис. 3.1, г-є); **шатуном** - при складному русі (рис. 3.2, а).

При поступальному і коливальному рухах вихідної ланки вища кінематична пара може бути утворена контактом елементів кінематичних пар ланок з **тертям ковзання** (рис. 3.1, а, б, г, д; рис. 3.2, в) або **тертям кочення** (рис. 3.1, в, є; рис. 3.2, а, б). Остання кінематична пара значно зменшує зношування поверхні кулачка, збільшуючи строк його експлуатації.

В залежності від форми кулачка кулачкові механізми бувають **плоскі** (рис. 3.1; рис. 3.2, а, б) та **просторові** (рис. 3.2, в).

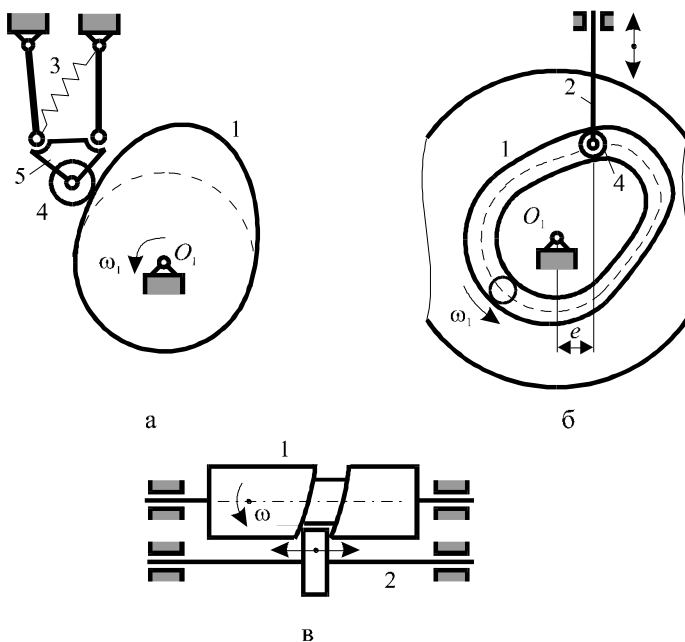
Наявність у кулачковому механізмі вищої кінематичної пари потребує забезпечення постійного замикання у точці дотику ланок. Як наслідок, ускладнюється конструкція механізму, зростає навантаження на ланки, що веде до підвищеного їх зношування. Це відноситься до недоліків кулачкових механізмів.

Постійний контакт елементів кінематичної пари кулачка і вихідної ланки може забезпечуватись **силовим** (рис.3.1; рис.3.2, а) або **геометричним замиканням** (рис. 3.2, б, в).



1 - кулачок; 2 - штовхач; 3 - пружина; 4 - ролик;
5 - коромисло

Рис. 3.1. Схеми кулачкових механізмів (початок)



1 - кулачок; 2 - штовхач; 3 - пружина; 4 - ролик;
5 – шатун.

Рис. 3.2. Схеми кулачкових механізмів (закінчення)

При проектуванні кулачкових механізмів можуть вирішуватись дві задачі.

1. Задані тип кулачкового механізму, його розміри і профіль. Треба знайти закон руху вихідної ланки (**кінематичний аналіз**).

2. Задана кінематична схема кулачкового механізму і закон руху вихідної ланки. Треба визначити (побудувати) профіль кулачка, який забезпечує заданий закон руху (**кінематичний синтез**).

Розв'язання таких задач може здійснюватись як **аналітичним**, так і **графічним** методами. Графічним методам кінематичного синтезу кулачкових механізмів присвячено багато досліджень, тому у даній роботі сконцентована увага на аналітичних методах динамічного синтезу.

Аналітичні методи відкривають необмежені можливості у вирішенні оптимізаційних задач: автоматичної побудови профілю кулачка з використанням ПЕОМ; складання програм, керуючих

процесом виготовлення профілю за заданим законом руху вихідної ланки (на станках з ЧПК).

§ 2. Вибір закону руху вихідної ланки

Вибір закону руху вихідної ланки залежить: від вимог технологічного процесу; динаміки кулачкового механізму, що проектується; продуктивності машин. **Характерний закон руху** штовхача $s = f_s(t)$ чи коромисла $\psi = f_\psi(t)$ (залежність переміщення від часу) зображений на рис. 3.3, в. Ця крива, при рівномірному обертанні кулачка, одночасно є залежністю переміщення від кута обертання: $s = s(\varphi)$; $\psi = \psi(\varphi)$.

Рух штовхача, який відповідає одному обертові кулачка, в загальному випадку має чотири **фази** (рис. 3.3).

1. **Фаза віддалення** штовхача (коромисла), на протязі якої він віддаляється на величину ходу s_{\max} (або коромисло обертається на кут ψ_{\max}). Фаза припадає на час обертання кулачка t_θ на кут φ_θ .

2. **Фаза дальнього вистою** штовхача (коромисла), на протязі якої штовхач (коромисло) знаходиться в дальній позиції. Фаза проходить за час обертання кулачка $t_{\theta\theta}$ на кут $\varphi_{\theta\theta}$.

3. **Фаза повернення** штовхача (коромисла), на протязі якої він (воно) повертається в початкове положення. Ця фаза проходить за час обертання кулачка t_n на кут φ_n .

4. **Фаза ближнього вистою** штовхача (коромисла), на протязі якої він (воно) зберігає спокій в найближньому положенні. Ця фаза проходить за час обертання кулачка $t_{\theta\theta}$ на кут $\varphi_{\theta\theta}$.

Так як усі фази проходять за один оберт кулачка, то сума кутів усіх фаз дорівнює 360° (або 2π)

$$\varphi_\theta + \varphi_{\theta\theta} + \varphi_n + \varphi_{\theta\theta} = 360^\circ. \quad (3.1)$$

Необхідно відзначити, що не усі фазові кути можуть бути присутні під час виконання технологічного процесу. Наприклад, у механізмі подачі верстатів-автоматів відсутні $\varphi_{\theta\theta}$, $\varphi_{\theta\theta}$.

Хід штовхача s_{\max} (або розмах коромисла ψ_{\max}), а також відрізки часу усіх фаз руху штовхача та відповідні кути обертання, повністю визначаються тією операцією, яку повинен виконувати кулачковий механізм.

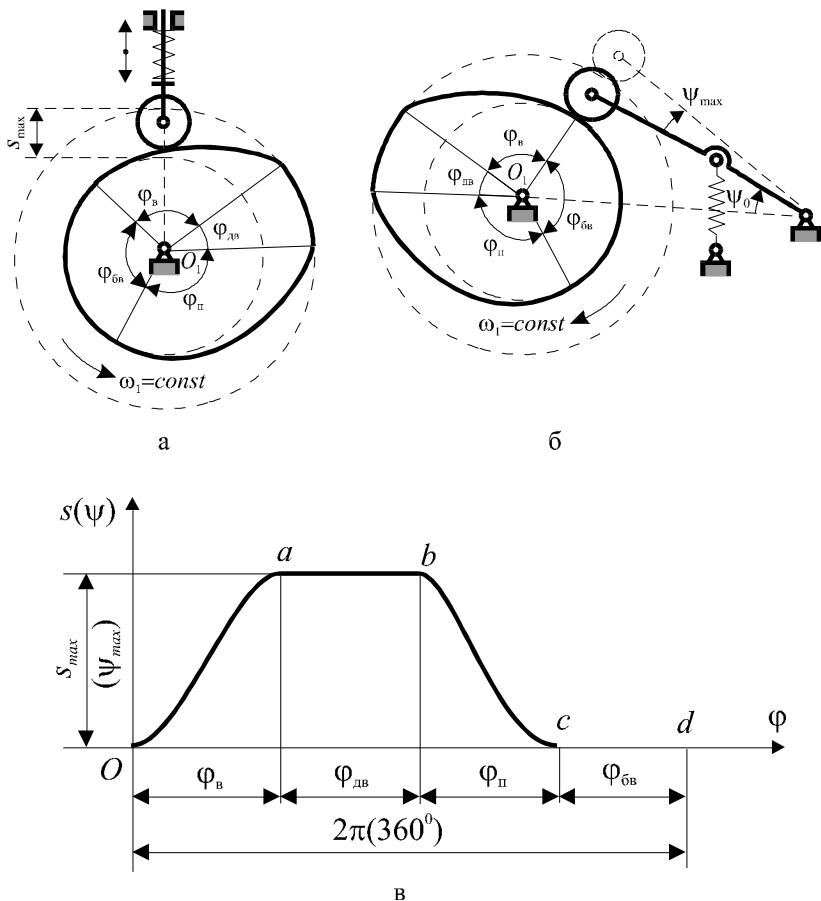


Рис. 3.3. Характерний закон руху штовхача (коромисла)

Закон руху штовхача (коромисла) на фазі віддалення та на фазі повернення, тобто, характер кривих “ Oa ” та “ bc ” на графіку $s = s(\varphi)$, $\psi = \psi(\varphi)$, в багатьох випадках залежить від операції, яку виконує кулачковий механізм.

При виборі закону руху штовхача (коромисла) необхідно уникати різкої зміни його прискорення, яке викликає відповідне різке збільшення сил інерції ($\vec{P} = -m\vec{a}$), в результаті чого, при роботі кулачкового механізму, виникають удари. При цьому закони руху вихідної ланки можуть бути поділені на три групи:

закони, що не викликають ударів ролика по кулачку; **закони, що викликають м'які удари; закони, що викликають жорсткі удари.**

До першої групи відносяться закони, де прискорення - неперервна функція, наприклад: синусоїда, трикутник, трапеція. До другої групи відносяться закони, при яких швидкість змінюється неперервно, а прискорення має точки розриву (косинусоїда, лінійно-спадаюча функція, кусково-постійна функція та інші). До третьої групи законів відноситься закон кусково-постійної швидкості, при якому швидкість має розрив. Проектування кулачкових механізмів з жорсткими ударами не має сенсу.

Оскільки особливості кожного закону руху найбільше відбиваються на залежності $a(\varphi)$, будемо задавати саме цю криву та визначати параметри, які входять до її описання, так, щоб забезпечити необхідні умови для нормального функціонування кулачкового механізму.

Оскільки за незалежну змінну обраний кут повороту кулачкового валу, то в процесі дослідження кулачкових механізмів будемо користуватися **поняттям аналогів швидкостей та прискорень** [1], як похідних виду:

$$s' = \frac{ds}{d\varphi}; \quad s'' = \frac{d^2s}{d\varphi^2}. \quad (3.2)$$

Дійсні значення швидкостей та прискорень штовхача можна знайти згідно формул

$$v_{ш} = \omega \cdot s'; \quad a_{ш} = \omega^2 \cdot s'' + \varepsilon \cdot s', \quad (3.3)$$

де: ω - кутова швидкість кулачка;

ε - кутове прискорення кулачка.

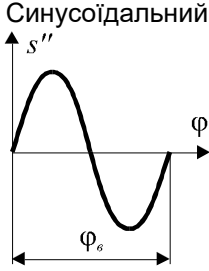
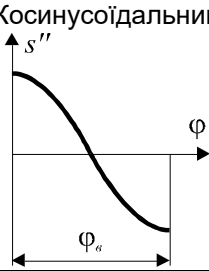
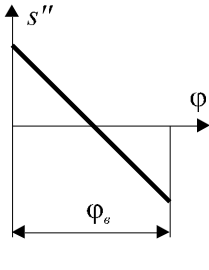
Найпоширеніші закони руху вихідної ланки, що використовують на практиці, представлені у таблиці 3.1. В ній наведені залежності, які визначають переміщення (s), аналоги швидкостей (s') та аналоги прискорень (s'') штовхача на фазі віддалення. В таблиці $k = \varphi / \varphi_0$, $\tilde{k} = 1 - k$.

Щоб одержати кінематичні величини для коромисла, треба у таблиці замінити s, s', s'' на ψ, ψ', ψ'' , а h на ψ_{\max} , де h - величина ходу штовхача, ψ_{\max} - амплітуда кутових коливань коромисла.

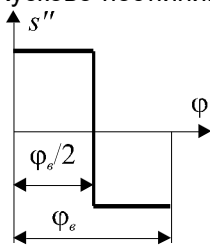
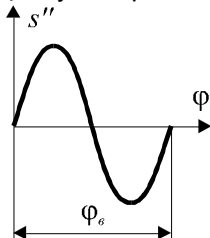
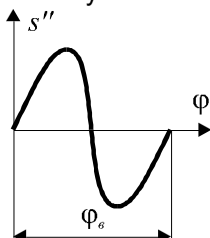
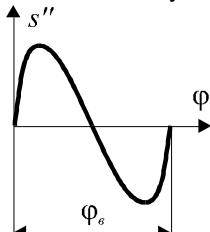
Вид розрахункових залежностей для фази повернення аналогічний, тільки у формулах необхідно підставити:

- замість φ_ϵ кут φ_n ;
- замість φ кут $\varphi - (\varphi_\epsilon + \varphi_{\partial\epsilon})$, або $\varphi - \Phi_n$, де $\Phi_n = \varphi_\epsilon + \varphi_{\partial\epsilon}$ - кут повороту кулачка, з якого починається фаза повернення вихідної ланки.

Таблиця 3.1 (початок)

Графік аналога прискорення та відповідна назва закону руху вихідної ланки	Переміщення $s(\psi)$, аналогії швидкостей $s'(\psi')$ і прискорень $s''(\psi'')$: $k = \varphi / \varphi_\epsilon$, $\tilde{k} = 1 - k$
<p>Синусоїдальний</p> 	$s = h \left(k - \frac{1}{2\pi} \sin 2\pi k \right),$ $s' = h(1 - \cos 2\pi k) / \varphi_\epsilon,$ $s'' = 2\pi h \sin 2\pi k / \varphi_\epsilon^2.$
<p>Косинусоїдальний</p> 	$s = \frac{h}{2} (1 - \cos \pi k),$ $s' = \frac{h}{2} \frac{\pi}{\varphi_\epsilon} \sin \pi k,$ $s'' = \frac{h}{2} \frac{\pi^2}{\varphi_\epsilon^2} \cos \pi k.$
<p>Лінійно-спадаючий</p> 	$s = h k^2 (3 - 2k),$ $s' = 6 h k (1 - k) / \varphi_\epsilon,$ $s'' = 6 h (1 - 2k) / \varphi_\epsilon^2.$

Таблиця 3.1 (закінчення)

<p>Кусково-постійний</p> 	$s = \begin{cases} 2hk^2, & 0 \leq k \leq 0,5 \\ h(1 - 2\tilde{k}^2), & 0,5 < k \leq 1, \end{cases}$ $s' = \begin{cases} 4hk / \varphi_\epsilon, & 0 \leq k \leq 0,5 \\ 4h\tilde{k} / \varphi_\epsilon, & 0,5 < k \leq 1, \end{cases}$ $s'' = \begin{cases} 4h / \varphi_\epsilon^2, & 0 \leq k \leq 0,5 \\ -4h\tilde{k} / \varphi_\epsilon^2, & 0,5 < k \leq 1. \end{cases}$
<p>Дві дуги параболи</p> 	$s = \begin{cases} 8hk^3\tilde{k}, & 0 \leq k \leq 0,5; \\ h(1 - 8\tilde{k}^3k), & 0,5 < k \leq 1, \end{cases}$ $s' = \begin{cases} 8hk^2(3 - 4k) / \varphi_\epsilon, & 0 \leq k \leq 0,5; \\ 8h\tilde{k}^2(3 - 4\tilde{k}) / \varphi_\epsilon, & 0,5 < k \leq 1, \end{cases}$ $s'' = \begin{cases} 48hk(1 - 2k) / \varphi_\epsilon^2, & 0 \leq k \leq 0,5; \\ -48h\tilde{k}(1 - 2\tilde{k}) / \varphi_\epsilon^2, & 0,5 < k \leq 1. \end{cases}$
<p>Поліном Шуна 3-го ступеня</p> 	$s = hk^3[10 + k(6k - 15)],$ $s' = 30hk^2[1 + k(k - 2)] / \varphi_\epsilon,$ $s'' = 60hk[1 + k(2k - 3)] / \varphi_\epsilon^2.$
<p>Поліном 5-го ступеня</p> 	$s = hk^3(18 - 55k + 78k^2 - 56k^3 + 16k^4),$ $s' = \frac{2hk^2}{\varphi_\epsilon}(27 - 110k + 195k^2 - 168k^3 + 56k^4),$ $s'' = \frac{4hk^2}{\varphi_\epsilon^2}(27 - 165k + 390k^2 - 420k^3 + 168k^4).$

§ 3. Аналітичне визначення профілів кулачків

1. Особливості визначення профілів кулачків з роликом і без ролика. Еквідистанта

В кулачкових механізмах без роликів профіль кулачка визначається відразу. В кулачкових механізмах з роликом розрізняють **теоретичний профіль кулачка** – профіль, по якому рухається центр ролика, та **практичний профіль кулачка** – профіль, якого торкається ролик при своєму русі. В таких механізмах спочатку визначається теоретичний профіль. Потім через нього визначається практичний профіль. З рис. 3.4 видно, що теоретичний профіль кулачка є траєкторія руху центра обертання ролика у відносному русі штовхача відносно нерухомого кулачка. Криві, які утворюють теоретичний та практичний профілі кулачка, називають **еквідистантами**, бо відстань між точками обох профілів, виміряна по нормалі, дорівнює радіусу ролика r_p .

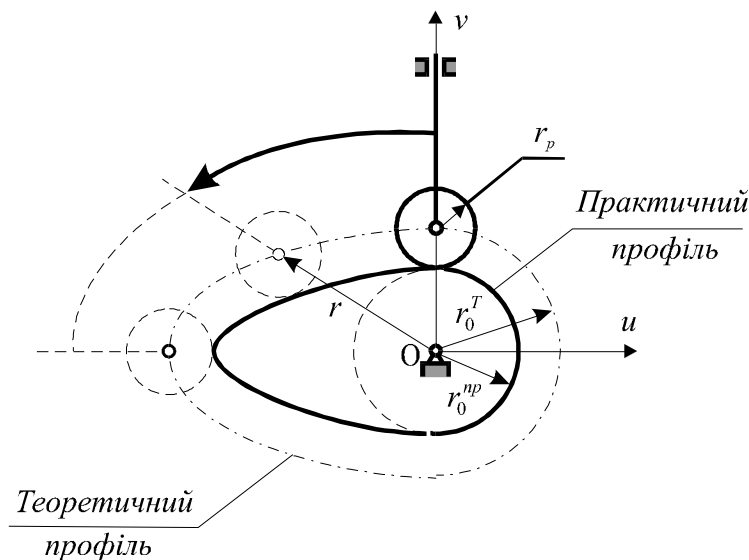


Рис. 3.4. Теоретичний та практичний профілі кулачка

Відстань r від осі обертання кулачка до точок теоретичного профілю називають **радіусом-вектором профілю кулачка**, а

радіуси r_o^T та r_o^{np} - **мінімальними радіусами кулачка відповідних профілів**.

Нехай знайдені координати теоретичного профілю кулачка у параметричному вигляді:

$$u = u(\varphi), \quad v = v(\varphi), \quad (3.4)$$

де координати u , v визначаються відносно взаємно перпендикулярних O_1u , O_1v , що жорстко зв'язані з кулачком і починаються у центрі обертання кулачка - точці O_1 . Еквідистанта теоретичного профілю є обвідною до контурів ролика при переміщенні його центра по теоретичному профілю. Сімейство кіл радіуса r_p задається рівнянням

$$(u_n - u)^2 + (v_n - v)^2 - r_p^2 = 0, \quad (3.5)$$

де u_n , v_n – координати практичного профілю кулачка. Продиференціюємо рівність (3.5) за параметром φ , одержимо

$$2(u_n - u) \frac{du}{d\varphi} + 2(v_n - v) \frac{dv}{d\varphi} = 0. \quad (3.6)$$

Розв'язуючи сумісно рівняння (3.5) і (3.6), одержуємо координати дійсного профілю у параметричному вигляді

$$u_n = u \pm \frac{r_p \, dv/d\varphi}{\sqrt{(du/d\varphi)^2 + (dv/d\varphi)^2}},$$

$$v_n = v \mp \frac{r_p \, du/d\varphi}{\sqrt{(du/d\varphi)^2 + (dv/d\varphi)^2}}. \quad (3.7)$$

Рівняння (3.7) дають дві **обвідні** – внутрішню і зовнішню. Якщо ролик котиться по поверхні кулачка зовні, то потрібна внутрішня обвідна (рис. 3.4). Якщо ролик котиться по внутрішній поверхні кулачка, то потрібна зовнішня обвідна. При геометричному замиканні ролик рухається по пазу кулачка і тому потрібні дві обвідні, бо вони цей паз обмежують (рис. 3.2, б).

Рівняння (3.7) застосовні і при іншому, будь-якому параметрі, через який визначений теоретичний профіль кулачка. Таким параметром може бути полярний кут та інші.

2. Визначення профілю кулачка у механізмі з штовхачем, з вістрям чи роликом на кінці

Профіль кулачка у механізмі з штовхачем, з вістрям на кінці (рис. 3.1, а) і теоретичний профіль кулачка у механізмі з штовхачем і роликом на кінці визначаються однаково. Розрахункові схеми побудовані на рис. 3.5 - 3.6.

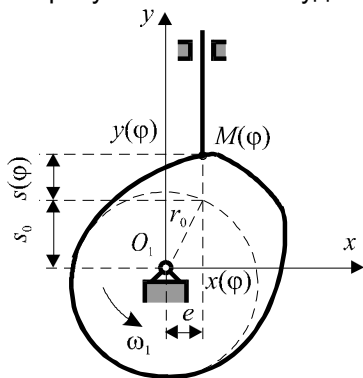


Рис. 3.5

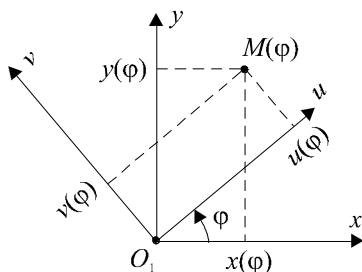


Рис. 3.6

З рис. 3.5 знаходимо координати точки M - точки торкання вістря штовхача з кулачком (координати центра ролика) у нерухомій системі координат O_1xy

$$x = e, \quad y = s + s_0. \quad (3.8)$$

В рухомій системі координат O_1uv , жорстко зв'язаній з кулачком, точка M буде рухатись по профілю кулачка у механізмі з штовхачем з вістрям, чи по теоретичному профілю – у механізмі з штовхачем з роликом. З рисунка 3.6 знаходимо координати профілю кулачка у параметричному вигляді:

$$u = x \cos \varphi + y \sin \varphi, \quad v = -x \sin \varphi + y \cos \varphi; \quad (3.9)$$

після підстановки рівнянь (3.8)

$$u = e \cos \varphi + (s + s_0) \sin \varphi, \quad v = -e \sin \varphi + (s + s_0) \cos \varphi. \quad (3.10)$$

В рівняннях (3.9), (3.10) параметром є кут повороту φ кулачка.

Рівняння профілю кулачка можна одержати і в полярній системі координат:

$$R = \sqrt{u^2 + v^2}, \quad \operatorname{tg} \alpha = \frac{v}{u}; \quad (3.11)$$

чи після підстановки рівнянь (3.8)

$$R = \sqrt{e^2 + (s + s_0)^2}, \quad \operatorname{tg} \alpha = \frac{-e \sin \varphi + (s + s_0) \cos \varphi}{e \cos \varphi + (s + s_0) \sin \varphi}. \quad (3.12)$$

Мінімальний (теоретичний) радіус кулачка (рис. 3.5)

$$r_0 = \sqrt{e^2 + s_0^2}. \quad (3.13)$$

У випадку кулачкового механізму з штовхачем, з роликом на кінці, треба за формулами (3.7) одержати рівняння практичного профілю кулачка. Із-за громіздкості це рівняння у явному вигляді тут не наводиться.

Слід зауважити, що радіус r_p ролика не може бути довільним. Це впливає з того, що практичний профіль кулачка не повинен мати самоперетинів. Самоперетини профілю з'являються із зростанням радіуса ролика. Тому, після одержання рівнянь практичного профілю кулачка, треба побудувати графік профілю і перевірити, чи немає самоперетинів. Якщо вони є, то треба зменшити радіус ролика, чи збільшити мінімальний радіус кулачка.

3. Визначення профілю кулачка у механізмі з коромислом, з вістрям чи роликом на кінці

Профіль кулачка у механізмі з коромислом, з вістрям на кінці (рис. 3.1, а) і теоретичний профіль кулачка у механізмі з коромислом, з роликом на кінці (рис. 3.1, є), визначаються однаково. Розрахункові схеми побудовані на рис. 3.7 - 3.8.

З рис. 3.7 знаходимо координати точки M - точки торкання вістря коромисла з кулачком (координати центра ролика) у нерухомій системі координат O_1XY

$$x = l_0 - l_2 \cos(\psi + \psi_0), \quad y = l_2 \sin(\psi + \psi_0). \quad (3.14)$$

У рухомій системі координат O_1UV , жорстко зв'язаній з кулачком, точка M буде рухатись по профілю кулачка - у механізмі з штовхачем з вістрям, чи по теоретичному профілю - у механізмі з штовхачем з роликом. З рисунка 3.8 знаходимо координати профілю кулачка у параметричному вигляді:

$$u = x \cos \varphi - y \sin \varphi, \quad v = x \sin \varphi + y \cos \varphi; \quad (3.15)$$

або після підстановки формул (3.14) в (3.15)

$$u = [l_0 - l_2 \cos(\psi + \psi_0)] \cos \varphi - l_2 \cos(\psi + \psi_0) \sin \varphi, \\ v = [l_0 - l_2 \cos(\psi + \psi_0)] \sin \varphi - l_2 \cos(\psi + \psi_0) \cos \varphi. \quad (3.16)$$

В рівняннях (3.15), (3.16) параметром є кут повороту кулачка φ .

За формулами (3.11) можна одержати рівняння профілю в полярній системі координат.

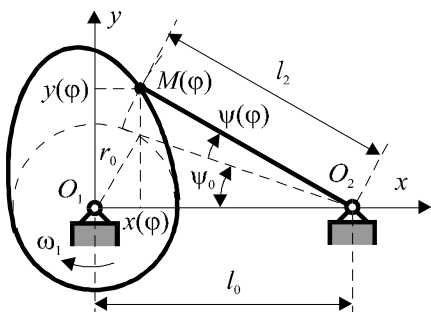


Рис. 3.7

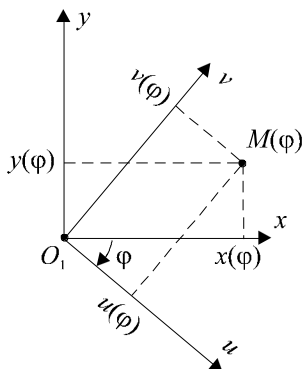


Рис. 3.8

Мінімальний (теоретичний) радіус кулачка (рис. 3.7)

$$r_0 = \sqrt{l_0^2 + l_2^2 - 2l_0l_2 \cos \psi_0} . \quad (3.17)$$

У випадку кулачкового механізму з коромислом, з роликом на кінці, треба за формулами (3.7) одержати рівняння практичного профілю кулачка. Із-за громіздкості це рівняння у явному вигляді тут не наводиться.

Слід зауважити, що, як і у випадку кулачкового механізму з штовхачем і роликом на кінці, радіус r_p ролика не може бути довільним. Перевірка відсутності самоперетинів така сама, як і для кулачкового механізму з штовхачем, з роликом.

4. Визначення профілю кулачка у механізмі з плоским штовхачем

Розрахункова схема побудована на рис. 3.9. З рис. 3.9, а знаходимо координату y точки торкання M штовхача і кулачка. З рис. 3.9, б, на якому зображений план швидкостей для точки M , знаходимо координату x . Отже, маємо

$$x = \frac{ds}{d\varphi} = s', \quad y = s + r_0 . \quad (3.18)$$

Координати профілю кулачка у параметричному вигляді знаходимо за формулами (3.9). Підстановка в них формул (3.18) дає

$$u = s' \cos \varphi + (s + r_0) \sin \varphi, \quad v = -s' \sin \varphi + (s + r_0) \cos \varphi. \quad (3.19)$$

В рівняннях (3.19) параметром є кут повороту кулачка φ .

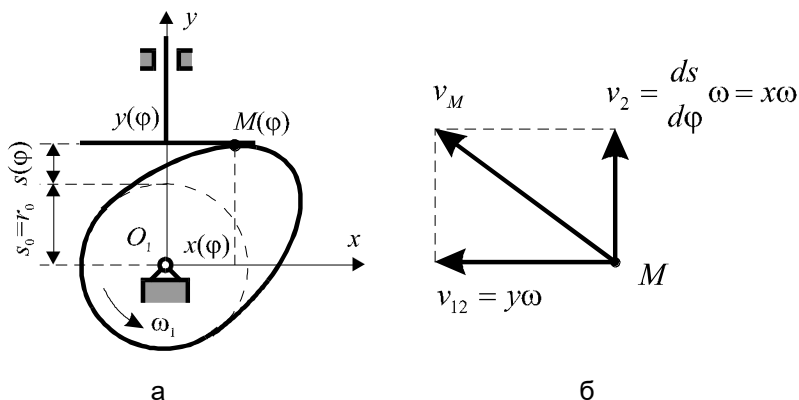


Рис. 3.9

За формулами (3.11), (3.19) одержуємо рівняння профілю в полярній системі координат

$$R = \sqrt{s'^2 + (s + r_0)^2}, \quad \operatorname{tg} \alpha = \frac{-s' \sin \varphi + (s + r_0) \cos \varphi}{s' \cos \varphi + (s + r_0) \sin \varphi}. \quad (3.20)$$

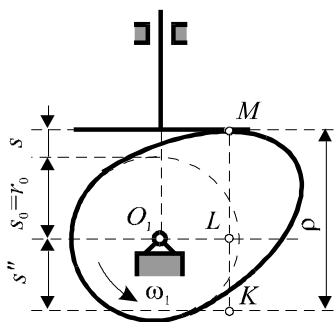


Рис. 3.10

Слід зауважити, що профіль кулачка повинен бути опуклим. Це накладає додаткові обмеження на розміри кулачка. Дослідимо ці обмеження. На рис. 3.10 зображена розрахункова схема. Зі схеми знаходимо радіус кривини профілю у точці M

$$\rho = KM = s + r_0 + s'', \quad (3.21)$$

Для опуклості профілю достатньо, щоб $\rho > 0$, звідки знаходимо

$$s + r_0 + s'' > 0. \quad (3.22)$$

Умова (3.22) накладає таке обмеження на мінімальний радіус кулачка

$$r_0 > -s - s''. \quad (3.23)$$

При визначенні профілю кулачка треба спочатку обрати найменший мінімальний радіус кулачка, який задовольняє умову

(3.23). При такому виборі мінімального радіуса розміри кулачка будуть найменшими. Потім, за формулами (3.19) чи (3.20) визначаються координати профілю кулачка у прямокутній чи полярній системі координат. В обох випадках координати визначаються у параметричному вигляді, де параметром є кут повороту кулачка. Таким чином, наведені рівняння і умови достатні для оптимального проектування профілю кулачкового механізму з плоским штовхачем.

Слід зауважити, що профіль кулачка також може мати самоперетини. Для їх усунення треба збільшувати мінімальний радіус кулачка.

§ 4. Кути тиску та їх вплив на розміри кулачкового механізму

Задачі визначення профілів кулачкових механізмів з штовхачем і коромислом, з вістрям чи роликом на кінці, залишилися невизначеними. В механізмах з штовхачем немає умови для визначення мінімального (теоретичного) радіуса кулачка. В механізмах з коромислом немає умови для визначення міжосьової відстані l_0 . Такі умови можна одержати, якщо дослідити можливість заклинювання механізму внаслідок наявності сил сухого тертя в напрямних штовхача чи в осі обертання коромисла.

1. Заклинювання у кулачкових механізмах з штовхачем, з вістрям чи роликом

На рис. 3.11 показаний кулачковий механізм з штовхачем, який закінчується вістрям. Якщо знехтувати тертям між кулачком і вістрям, то сила \vec{F}_{21} , що діє на штовхач з боку кулачка, буде спрямована по нормалі $n-n$ до профілю кулачка.

Кут θ , утворений нормаллю $n-n$ з напрямком руху штовхача, називається **кутом тиску**, а кут $\gamma = (90^\circ - \theta)$ називається **кутом передачі**.

При зростанні кута тиску настає заклинювання штовхача.

Мінімальний кут тиску, при якому відбувається заклинювання штовхача, називається **критичним кутом тиску** і позначається через θ_k .

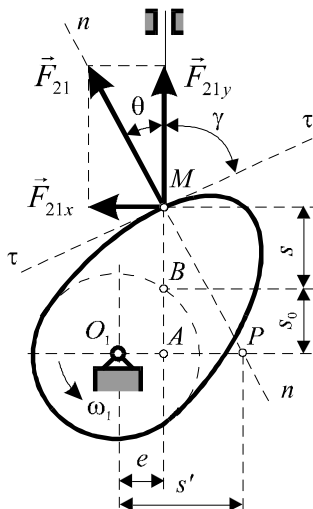


Рис. 3.11

Для усунення можливості заклинювання штовхача ставиться умова неперевикнення куту тиску θ деякого максимального допустимого значення θ_{\max} , яке менше критичного кута тиску θ_k :

$$\theta \leq \theta_{\max} < \theta_k. \quad (3.24)$$

На практиці приймають

$$\theta_{\max} = 30^\circ \div 40^\circ. \quad (3.25)$$

Виразимо кут тиску через основні параметри кулачкового механізму. З рис. 3.11 знаходимо

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{AP}{AM} = \frac{O_1P - O_1A}{AM},$$

звідки

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{s' \pm e}{\sqrt{r_0^2 - e^2} + s}. \quad (3.26)$$

Тут було враховано, що $AM = s_0 + s = \sqrt{r_0^2 - e^2} + s$. З рівняння (3.26) і умови (3.24) знаходимо такий вираз для визначення мінімального радіуса кулачка

$$r_0 \geq \sqrt{e^2 + \left(\frac{s' \pm e}{\operatorname{tg} \theta_{\max}} - s \right)^2}. \quad (3.27)$$

В рівностях (3.26), (3.27) знак “+” відповідає випадку, коли вісь штовхача правіше центра обертання кулачка, а знак “-” - лівіше.

Слід мати на увазі, що заклинювання механізму відбувається в залежності від типу замикання. При силовому замиканні заклинювання можливе тільки на фазі віддалення. Тільки на цій фазі поверхня кулачка рухається у напрямку штовхача і тому теоретично можливе необмежене зростання сили взаємодії між ними. На фазі повернення кулачок рухається від штовхача і якщо той зупиниться, то сила взаємодії між ними зникне. Тоді зникне і складова \vec{F}_{21x} , яка приводить до заклинювання. При геометричному замиканні, коли ролик рухається по пазу, заклинювання можливе на фазах підйому і опускання. Пояснюється це тим, що кулачок в цьому випадку може як

стискати штовхач, так і розтягувати його, бо кулачок має два профілі, що утворюють паз (рис. 3.2, б). На фазі віддалення на ролик діє внутрішній профіль, а на фазі повернення – зовнішній.

Проектування профілю кулачка слід починати визначенням з умови (3.27) мінімального радіуса кулачка r_0 . Потім з формули (3.13) визначається початкове віддалення кулачка s_0 . Далі визначаються рівняння (теоретичного) профілю кулачка. Якщо штовхач з роликом, то за формулами (3.7) визначаються рівняння практичного профілю кулачка.

2. Заклинювання у кулачкових механізмах з коромислом, з вістряч чи роликом

На рис. 3.12 показаний кулачковий механізм з коромислом, з вістряч. Якщо знехтувати тертям між кулачком і вістряч, то сила \vec{F}_{21} , що діє на коромисло з боку кулачка, буде спрямована по нормалі $n-n$ до профілю кулачка.

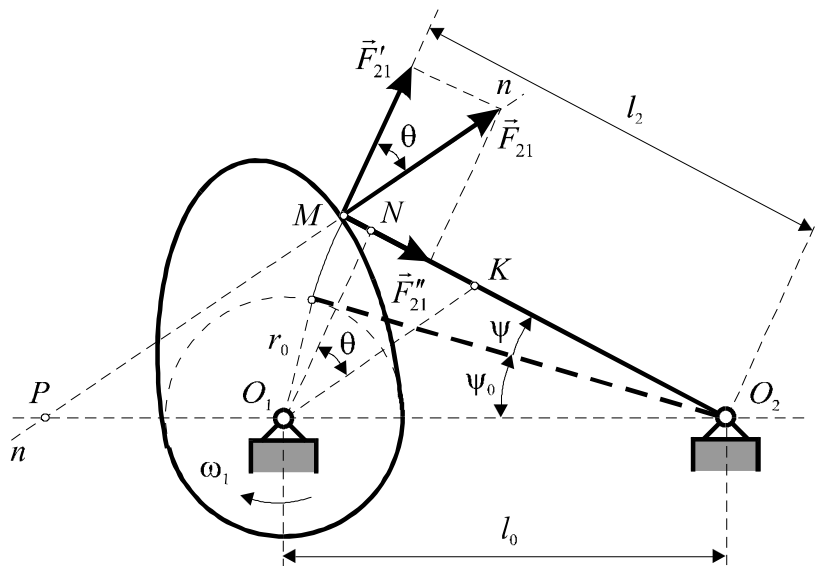


Рис. 3.12

Кут θ , утворений нормаллю $n-n$ з напрямком швидкості вістря (центра ролика) коромисла, називається **кутом тиску**, а кут $\gamma = (90^\circ - \theta)$ називається **кутом передачі**.

При зростанні кута тиску до критичного значення θ_k настає заклинювання коромисла.

Умова відсутності заклинювання коромисла має вигляд (3.24). На практиці приймають

$$\theta_{\max} = 45^\circ \div 50^\circ. \quad (3.28)$$

Виразимо кут тиску через основні параметри кулачкового механізму. З рис. 3.12 знаходимо

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{KN}{O_1N} = \frac{KM - NM}{O_1N},$$

$$O_1N = l_0 \sin(\psi + \psi_0), \quad NM = l_2 - l_0 \cos(\psi + \psi_0).$$

На рис. 3.12 точка P - миттєвий центр обертання у відносному русі кулачка і коромисла. Тоді:

$$\frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{d\psi}{d\varphi} = \psi', \quad \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{O_1P}{O_2P} = \frac{KM}{O_2M} = \frac{KM}{l_2};$$

звідси знаходимо

$$KM = l_2 \psi'.$$

Тоді кут тиску прийме такий вигляд

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \theta &= \frac{\pm \psi' l_2 - l_2 + l_0 \cos(\psi + \psi_0)}{l_0 \sin(\psi + \psi_0)} = \\ &= \frac{l_2(\pm \psi' - 1)}{l_0 \sin(\psi + \psi_0)} + \operatorname{ctg}(\psi + \psi_0). \end{aligned} \quad (3.29)$$

Тут ψ' має знаки “ \pm ”, бо кутова швидкість коромисла ω_2 має різні напрямки на фазах віддалення і повернення.

З рівняння (3.29) видно, що кут тиску зменшується із зростанням міжосьової відстані l_0 . З рівняння (3.29) і умови (3.24) знаходимо такий вираз для визначення мінімальної міжосьової відстані

$$l_0 > \frac{l_2(\pm \psi' - 1)}{\sin(\psi + \psi_0) \cdot \operatorname{tg} \theta_{\max} - \cos(\psi + \psi_0)}. \quad (3.30)$$

Слід мати на увазі, що заклинювання механізму відбувається в залежності від типу замикання і від напрямку обертання кулачка. При силовому замиканні заклинювання можливе тільки на фазі віддалення і при такому напрямі обертання кулачка, коли його поверхня тисне на коромисло. Тільки при таких умовах теоретично можливе необмежене зростання сили взаємодії між

ними. На фазі повернення кулачок рухається від коромисла і якщо той зупиниться, то сила взаємодії між ними зникне. Тоді зникне і складова \vec{F}_{21}'' , яка приводить до заклинювання. При геометричному замиканні, коли ролик рухається по пазу, заклинювання можливе на фазах віддалення і повернення коромисла при будь-якому напрямі обертання кулачка. Пояснюється це тим, що кулачок, в цьому випадку, може як стискати, так і розтягувати коромисло, бо кулачок має два профілі, що утворюють паз.

Проектування профілю кулачка слід починати визначенням з умови (3.30) мінімальної міжосьової відстані l_0 . Потім за формулами (3.14), (3.15), чи за формулою (3.16) визначаються рівняння (теоретичного) профілю кулачка. Якщо коромисло з роликом, то за формулами (3.7) визначаються рівняння практичного профілю кулачка.

Питання для самоконтролю

1. Що таке кулачок і кулачковий механізм?
2. Дайте класифікацію кулачкових механізмів.
3. Які дві основні задачі вирішуються під час проектування кулачкового механізму?
4. Зобразіть характерний закон руху вихідної ланки кулачкового механізму. На які характерні фази він ділиться?
5. На які групи діляться закони руху вихідної ланки? Приведіть приклади.
6. Дайте визначення аналогам швидкостей і прискорень.
7. В чому полягають особливості визначення профілів кулачків з роликом і без ролика?
8. Що таке еквідистанта і еквідистантні профілі? Як знайти у аналітичному вигляді практичний профіль кулачка, якщо відомий теоретичний?
9. Визначте у аналітичному вигляді профіль кулачка (теоретичний і практичний профілі) у механізмі з штовхачем,

з вістрям чи з роликом. Які додаткові умови накладаються на профілі?

10. Визначте у аналітичному вигляді профіль кулачка (теоретичний і практичний профілі) у механізмі з коромислом, з вістрям чи з роликом. Які додаткові умови накладаються на профілі?
11. Визначте у аналітичному вигляді профіль кулачка у механізмі з плоским штовхачем. Які додаткові умови накладаються на профіль?
12. Явище заклинювання у кулачкових механізмах з штовхачем, з вістрям чи роликом. Кути тиску і передачі.
13. Явище заклинювання у кулачкових механізмах з коромислом, з вістрям чи роликом. Кути тиску і передачі.
14. Алгоритм розрахунку профілю кулачка з штовхачем, з вістрям чи роликом.
15. Алгоритм розрахунку профілю кулачка з коромислом, з вістрям чи роликом.
16. Алгоритм розрахунку профілю кулачка з плоским штовхачем.

Глава 4. Відомості по роботі з багатофункціональним пакетом прикладних програм Mathcad

§ 1. Основні відомості по роботі з комп'ютером

Вмикання комп'ютера здійснюється через натискання кнопки живлення на системному блоці комп'ютера. Інколи треба окремо вмикати і монітор.

Операційна система завантажується в комп'ютер після його вмикання і потім дає можливість використовувати різні можливості комп'ютера. Вважаємо, що це *Windows95*. Якщо це інша версія *Windows*, то екран монітора буде відрізнятися від тих, що приведені у навчальному посібнику. Коли це пізніша версія, то екран навіть не зміниться. Інакше відмінності можуть бути більш істотними.

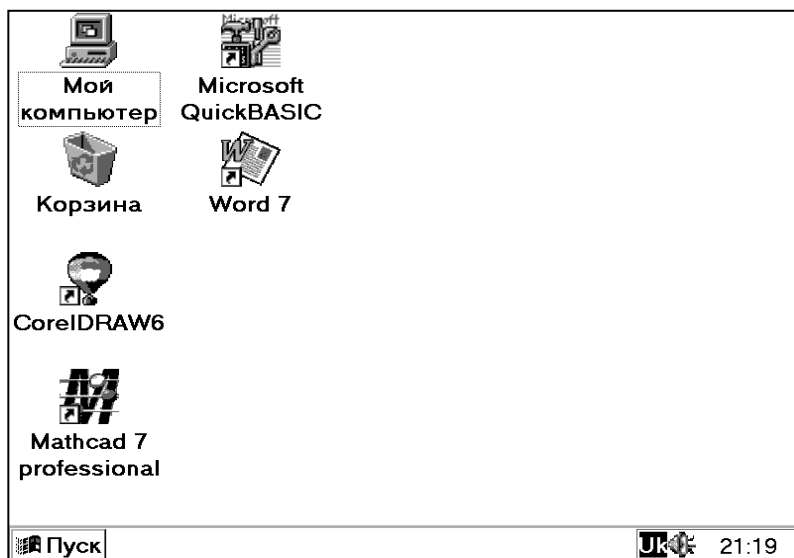


Рис.4.1. Варіант екрана монітора по завантаженню операційної системи Windows95

Після завантаження операційної системи на екрані монітора з'явиться *робочий стіл Windows95* (рис.4.1). На ньому обов'язково будуть *піктограми* (маленькі малюнки) "Мой

комп'ютер" і "Корзина". Крім них можуть бути піктограми різних програм.

Вимкнення комп'ютера здійснюється у такій послідовності:

- 1) підвести вказівник «миші» до кнопки **«Пуск»** і один раз натиснути ліву кнопку «миші»;
- 2) в меню, що з'явилося (рис.4.2), *обрати* пункт **Завершение работы...**, для чого підвести до нього вказівник «миші» і натиснути ліву кнопку «миші»;
- 3) у вікні, що з'явилося (рис.4.2), *натиснути* кнопку **«Да»**, для чого підвести до неї вказівник «миші» і натиснути ліву кнопку «миші»;
- 4) коли на екрані з'явиться повідомлення **Теперь питание компьютера можно выключить** – вимкнути комп'ютер (і при потребі монітор).

Увага! Якщо порушити таку послідовність, то можлива втрата даних на диску комп'ютера.

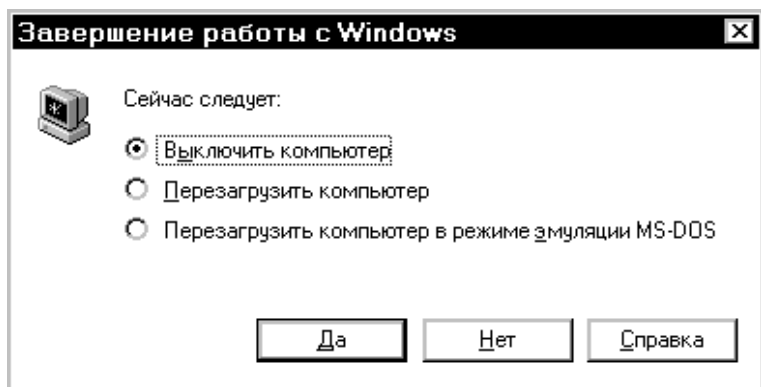


Рис.4.2. Вікно вимкнення або перезапуску комп'ютера

§ 2. Запуск програми Mathcad і вид робочого вікна

Запуск програми Mathcad зручно здійснювати двома такими шляхами:

- 1) якщо на робочому столі є **піктограма програми Mathcad** (перша знизу на рис.4.1), то треба підвести до неї вказівник «миші» і потім швидко двічі натиснути ліву кнопку «миші»;
- 2) натиснути кнопку **«Пуск»**, що у лівому нижньому куті робочого столу, потім в меню, що з'явилося, підвести вказівник «миші» до пункту **Программы**; далі у висвітленому

переліку папок і програм знайти пункт **Mathcad** (7 professional) і один раз натиснути ліву кнопку «миші» (рис.4.3).

Зауваження. Папка може містити декілька програм і вкладених до неї папок. Праворуч від папки стоїть символ ▸. При фіксації вказівника «миші» на папці з'являється меню з вкладених до папки програм і папок.

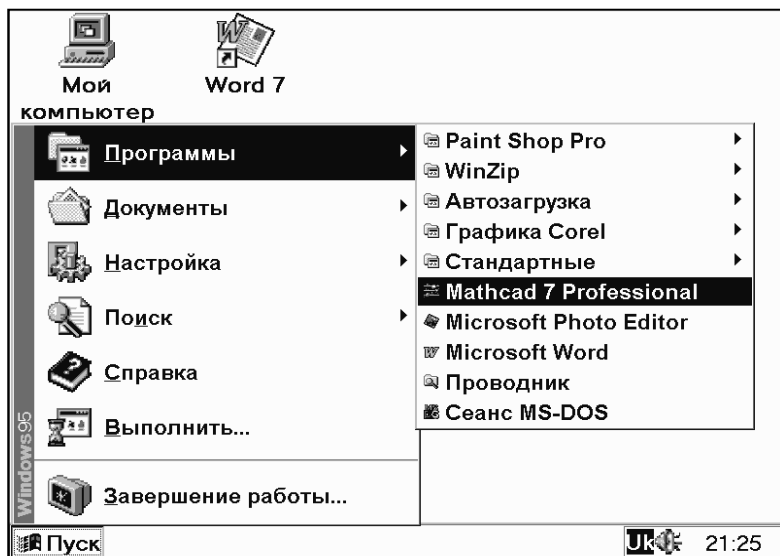





Рис.4.3. Запуск Mathcad кнопкою «Пуск»

Робоче вікно для роботи з документом програми Mathcad має наблизний вигляд, зображений на рис.4.4, і з'являється після завантаження пакета разом з новим пустим документом. Як і будь-яке вікно прикладної програми в Windows, воно має такі елементи.

Рядок заголовка – верхній рядок, містить:

- **назву програми і назву документа, що обробляється** (на рис.4.4 програма Mathcad обробляє файл "Untitled:1" – "Безіменний: 1", причому початкову назву "Untitled: №_" дає сама програма при запуску);
- **кнопки керування вікном:** – згорнути вікно до піктограми;  - зменшити розмір вікна;  - закрити вікно (програму);  - розкрити (зменшене) вікно до початкового розміру;

- піктограма виклику меню для керування вікном (малюнок перед назвою програми, використовується мало).

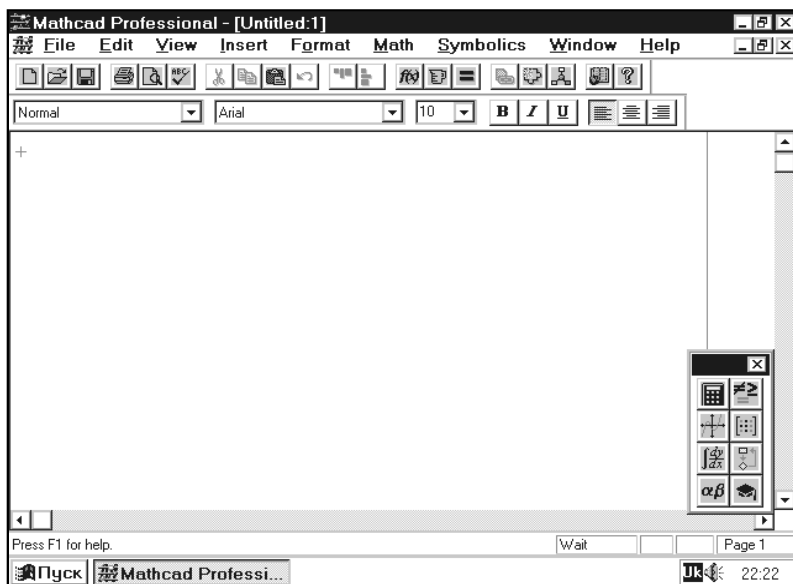


Рис.4.4. Вікно програми Mathcad для роботи над пустим документом

Рядок меню – містить 9 пунктів меню для керування програмою: **File** (Файл), **Edit** (Правити), **View** (Вид), **Insert** (Вставити), **Format** (Формат), **Math** (Математика), **Symbolics** (Символика), **Window** (Вікно), **Help** (Допомога). Це так зване *вкладене меню*, бо кожен пункт містить власні *підпункти*. Перші два пункти **File** і **Edit** практично однакові для всіх прикладних програм в Windows і призначені для роботи з файлами та редагування документа, що обробляється. *Вибір пункту (підпункту) меню* здійснюється натисканням лівої кнопки «миші», коли її вказівник знаходиться на цьому пункті (підпункті).

Панель інструментів складається з *кнопок*, призначених для керування програмою. Кнопки дублюють відповідні підпункти меню у другому рядку. Для виконання дій треба підвести вказівник «миші» до кнопки і натиснути ліву кнопку «миші».

До панелі інструментів відноситься і четвертий рядок, призначений для керування параметрами тексту.

Смуги прокрутки призначені для пересування по документа, що обробляється:

◀ (▶) - в лівий (правий) бік;

▲ (▼) – вгору (униз).

Рядок стану призначено для виведення підказок і поточної інформації про роботу програми. В неї виводиться і інформація про документ, що обробляється.

Робоче вікно – основне поле робочого вікна, призначене для набору в ньому документа Mathcad.

Команди Mathcad будуть розглядатися нижче при викладанні прийомів роботи з програмою.

Зауваження. Нижній рядок стосується комп'ютера в цілому і дозволяє: через кнопку «Пуск» запускати інші програми; розгортати згорнуті вікна працюючих програм натиском на них «миші»; слідкувати за параметрами резидентних програм (час, мова клавіатури та інші).

Робоче вікно без документа (рис.4.5) має всього три пункти меню команд: File (Файл), View (Вид), Help (Допомога).

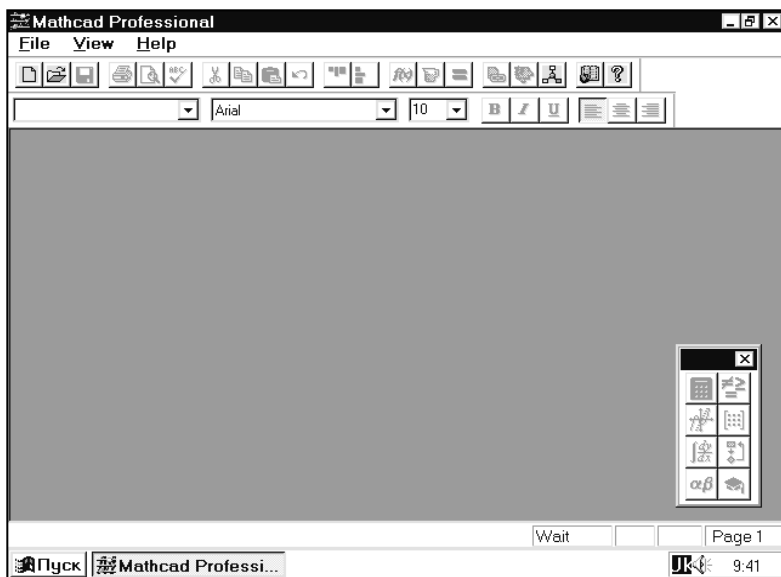


Рис.4.5. Вікно програми Mathcad без документа для редагування

В ньому недоступне поле для редагування документа (бо немає самого документа) і більшість кнопок в панелі інструментів. *Недоступні кнопки і пункти меню* мають ненасичений колір і їх неможливо викликати натиском кнопки «миші». Таке вікно з'являється, коли користувач при останньому виході з програми змінив відповідні параметри керування програмою.

§ 3. Робота з документами (файлами)

Створення нового документа “Untitled: №_” відбувається при натисканні першої кнопки з панелі інструментів (аркуш паперу). Це потрібно, коли при запуску Mathcad не створився новий пустий документ.

Зауваження. Це можна зробити і через підпункт **New** пункту головного меню **File**, або комбінацією клавіш **[Ctrl + N]**. У подальшому буде розглядатися тільки одна послідовність дій, заснована, як правило, на використанні панелі інструментів.

Зміна імені документа на потрібне відбувається в такій послідовності:

- 1) обрати пункт **File** в головному меню;
- 2) обрати підпункт **Save As**;

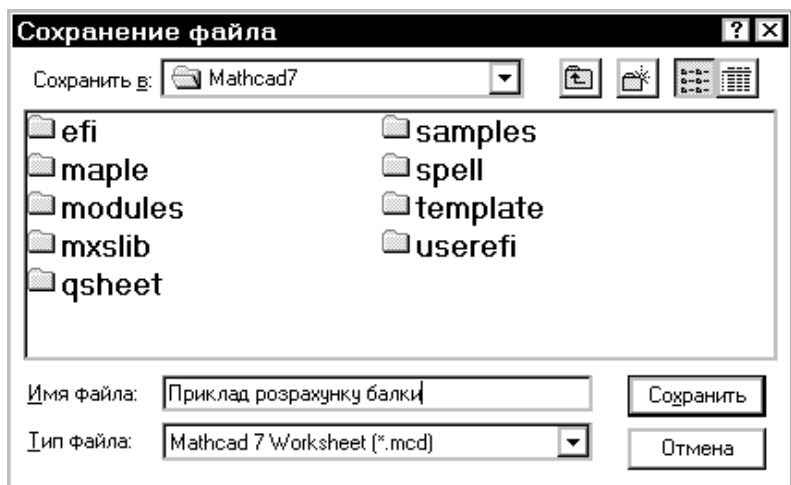


Рис.4.6. Вікно для введення нового імені документа

- 3) у вікні, що з'явиться (рис.4.6), клацнути «мишою» в полі напроти надпису **Имя файла:** і потім набрати з допомогою клавіатури потрібне ім'я;

4) натиснути кнопку «**Сохранить**».

Запис останньої редакції документа здійснюється натисканням третьої кнопки (із зображенням дискети) на панелі інструментів.

Закриття документа і вихід з програми треба робити після запису останньої редакції, інакше програма запитає, чи бажаєте ви зберегти зміни, внесені в документ при останньому редагуванні. Є дві можливості:

- **для закриття документа із залишенням роботи в програмі Mathcad** треба натиснути кнопку «**X**» в рядку головного меню, при цьому з'явиться екран, зображений на рис.4.5;
- **для закриття документа з одночасним виходом з програми**, треба натиснути кнопку «**X**», але в верхньому рядку (рядок заголовка програми).

Перший спосіб потрібен, коли необхідно продовжити роботу з іншим документом.

Відкриття існуючого документа здійснюється в такій послідовності:

- 1) натиснути другу кнопку в панелі інструментів (із зображенням відкритої папки);
- 2) у вікні, що з'явилося (рис.4.7), знайти потрібний файл і клацнути на ньому «мишою»;
- 3) натиснути кнопку «**Открыть**».

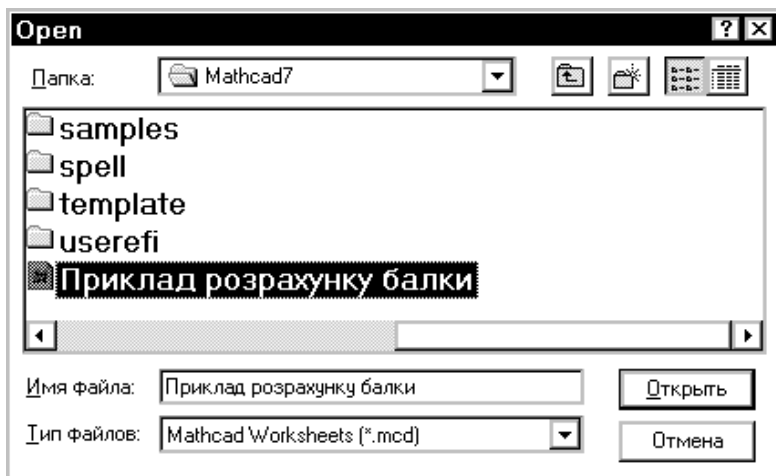


Рис.4.7. Вікно відкриття існуючого документа

§ 4. Введення тексту

Введення тексту треба робити в такій послідовності:

- 1) підвести вказівник «миші» до місця, де буде знаходитись верхній лівий кут прямокутної області тексту і натиснути ліву кнопку «миші» (на цьому місці з'явиться хрестик);
- 2) обрати пункт **Insert** (Вставити) в головному меню;
- 3) в підменю, що з'явиться, обрати пункт **Text Region** (Область тексту) - на місці хрестика з'явиться маленька область для введення тексту;
- 4) в четвертому рядку (рис. 4.5, 4.8), призначеному для керування текстом, задати потрібні параметри шрифту і вирівнювання тексту в прямокутній області;
- 5) набирати текст у вікні з допомогою клавіатури.

Зауваження. Для заміни латинського шрифту на український в Windows, як правило, використовується комбінація клавіш [Ctrl]+[Shift], або [лівий Alt]+[Shift].

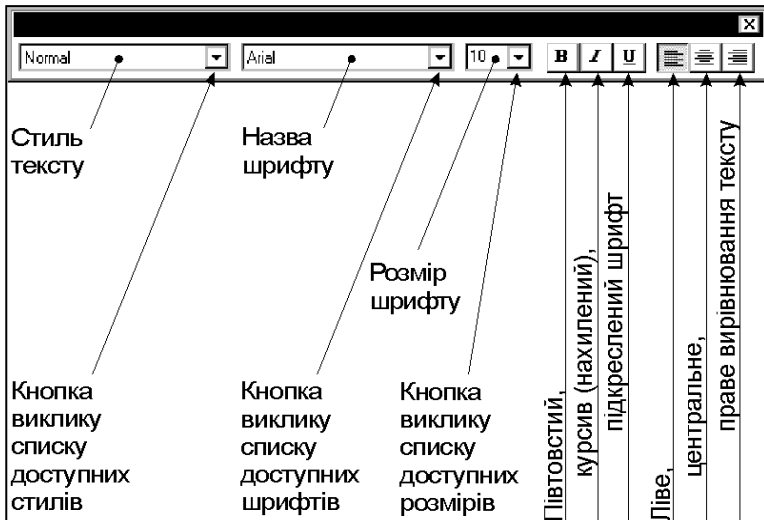


Рис.4.8. Панель керування параметрами тексту

Завдання потрібних параметрів шрифту для введення тексту здійснюється вибором його: **назви**; **розмірів**; **виду зображення**.

Вибір назви шрифту здійснюється так:

- 1) в рядку керування параметрами тексту натиснути на знак ▼, що стоїть після назви текучого шрифту;
- 2) в списку шрифтів, що з'явиться, обрати потрібний шрифт.

Вибір розміру шрифту робиться наступним чином:

- 1) в рядку керування параметрами тексту натиснути на знак ▼, що стоїть після цифри, яка вказує текучий розмір шрифту;
- 2) в переліку розмірів, що з'явиться, обрати потрібний розмір шрифту.

Вибір виду зображення шрифту відбувається натисканням частини з кнопок: **B** – напівжирні символи; **I** - курсив (нахилені) ; **U** - підкреслені. Припускається одночасно натискати будь-які комбінації цих кнопок, наприклад, натискання **B** і **I** дає напівжирний курсив.

Вирівнювання тексту відбувається в прямокутній області тексту. Можливе вирівнювання одним з трьох таких варіантів: **по лівому полю; по центру; по правому полю**. Щоб обрати потрібний режим, треба натиснути відповідну кнопку в рядку керування параметрами тексту.

Зауваження. В межах одного текстового регіону можна навіть для кожної літери обирати свій шрифт, розмір і спосіб зображення. Спосіб вирівнювання тексту єдиний для всього регіону. Якщо його змінити, то відповідно зміниться відразу весь текст.

Внесення змін до вже набраного тексту робиться так:

- 1) підвести до потрібного текстового регіону вказівник «миші» і один раз натиснути її ліву кнопку;
- 2) після того, як з'являться межі регіону, а в його тексті курсор, звичайним способом внести зміни до тексту.

§ 5. Набір формул і математичних виразів

Набір формул і математичних виразів треба робити в такій послідовності:

- 1) підвести вказівник «миші» до потрібного місця на екрані і натиснути її ліву кнопку (там з'явиться хрестик);
- 2) використовуючи клавіатуру і «мишу», вводити потрібні формули і вирази.

Математична палітра інструментів (рис.4.9) призначена для введення математичних об'єктів з використанням «миші».

Головна палітра з'являється в робочому вікні відразу після запуску Mathcad (рис.4.4). Якщо її немає, то треба:

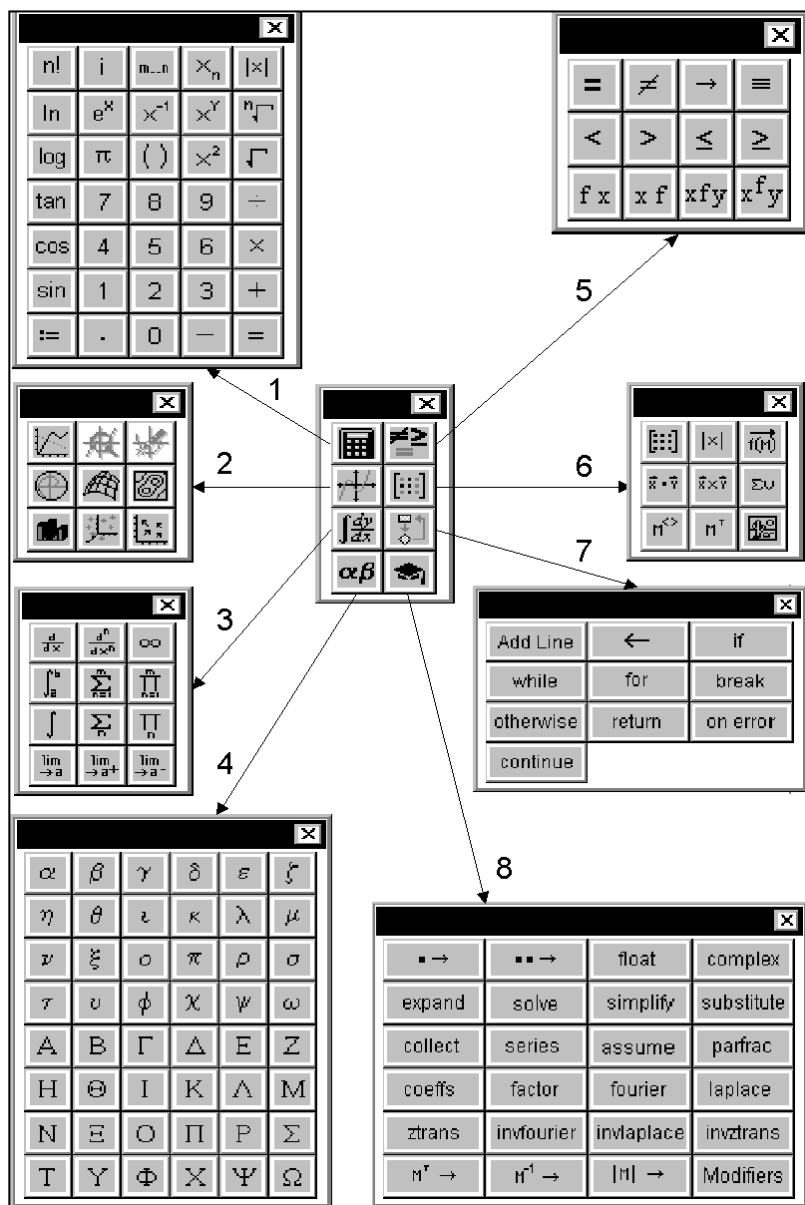


Рис.4.9. Математична палітра інструментів

- 1) обрати пункт **View** головного меню;
- 2) в підменю, що виникне, обрати пункт **Math Palette**.

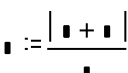
Підлеглі палітри інструментів з'являються при натисканні відповідних кнопок головної палітри.

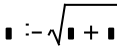
Нижче, в процесі викладання прийомів роботи з програмою Mathcad, даються пояснення по використанню математичної палітри інструментів.


Рекомендації щодо набору формул наступні:

- 1) вилучите з формули частини у вигляді простих виразів, які додаються одна до одної, діляться одна на одну і т.п., в уяві замініть їх квадратами – ви одержите *форму* для формули;
- 2) використовуючи в математичній палітрі інструментів підлеглі палітри 1, 3, 5, 6 (див. рис.4.9), наберіть форму у потрібному місці документа;
- 3) в пустих квадратах набраної форми наберіть прості вирази.

Приклади:




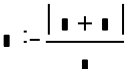
формула	форма
$Q_V(x) := \frac{M_Y(x) \cdot Q_Y(x) + M_Z(x) \cdot Q_Z(x)}{M_{3r}(x)}$	

$M_{3BII}(x) := \sqrt{M_{3r}(x)^2 + M_{kp}(x)^2}$	
---	---

$d(x) := \left(\frac{32 \cdot M_{3BII}(x)}{\pi \cdot \sigma_D} \right)^{\frac{1}{3}}$	
--	---

$M'_{3BII}(x) := \frac{d}{dx} M_{3BII}(x)$	
--	---

Послідовність набору форми показують такі приклади:

1)				
----	---	---	---	---

2)			
----	---	---	---

Набір довгих формул здійснюється за допомогою оператора додавання зі вставкою нового рядка в формулі. Для його одержання треба натиснути комбінацію клавіш **[Ctrl+Enter]**. Нижче показаний приклад застосування оператора:

- до застосування

$$Q_B(x) := -q \cdot ((x - a) \cdot \Phi(x - a) - (x - b) \cdot \Phi(x - b)) ,$$

- після

$$Q_B(x) := -q \cdot ((x - a) \cdot \Phi(x - a) - (x - b) \cdot \Phi(x - b)) \dots$$

Набір нижніх надписів для змінних відбувається після натискання клавіші **[.]** у латинському шрифті.

§ 6. Слідування за розмірністю

Слідування за розмірністю під час розрахунків виключає помилки, пов'язані зі змішуванням одиниць і невірним переведенням похідних одиниць вимірювання у відповідні базові. Mathcad автоматично, ще під час набору програми, виявить помилку і видасть про це повідомлення. Розмірність дозволяє оцінювати відповідь і за фізичним змістом. Так, при обчисленні довжини, відповідь обов'язково повинна бути в метрах. В механіці три незалежні - базові розмірності, а решта – *похідні*, є комбінацією від них. У міжнародній системі одиниць *SI базовими* є такі одиниці вимірювання:

- довжина (*length*) $1\ m - 1\ м$ (метр);
- маса (*mass*) $1\ kg - 1\ кг$ (кілограм);
- час (*time*) $1\ s - 1\ с$ (секунда).

Похідні одиниці є будь-якими комбінаціями від базових:

$$H = \frac{kg \cdot m}{s^2} - \text{Ньютон}; \quad cm = 0,01 \cdot m - \text{сантиметр}.$$

Визначення базових і похідних одиниць вимірювання здійснюється з використанням оператора присвоювання “ \equiv ”. Одержати його на екрані можна у такій послідовності:

- 1) натиснути кнопку із зображенням знаків нерівностей на головній математичній палітрі (кнопка 5 на рис.4.9);
- 2) в підлеглій палітрі, що з'явиться, натиснути кнопку із зображенням оператора.

Є спосіб одержання оператора “ \equiv ” через **клавішу [~]**, коли за поточну мову обрана англійська. Розмірності - це *глобальні* для програми величини, тому вони задаються з самого початку документа. В п.1 етапу 1, крім Ньютона - *H* і Паскаля – *Па*,

введені україномовні величини для метра – *м*, кілограма – *кг* і секунди – *с*. Це потрібно для **введення** розмірностей в документі українською мовою.

Заміна англійських позначень *kg, m, s* на українські *кг, м, с* в опціях Mathcad потрібна для того, щоб програма виводила розмірності в результатах розрахунків українською мовою. Заміну треба робити в такій послідовності:

- 1) обрати пункт **Math** головного меню;
- 2) обрати в підменю пункт **Options...**;
- 3) у вікні математичних опцій, що з'явиться, обрати закладку **Unit System** – Система одиниць (рис.4.10);
- 4) в закладці обрати міжнародну систему одиниць – **SI**;
- 5) обрати закладку **Dimensions** (Розмірності, рис.4.11);
- 6) в закладці ввімкнути прапорець **Display dimensions** (Вивести розмірності);
- 7) замінити англомовні написання розмірностей на україномовні (*mass* на *кг*, *length* на *м*, *time* на *с*);
- 8) закрити вікно, для чого натиснути кнопку «**OK**».

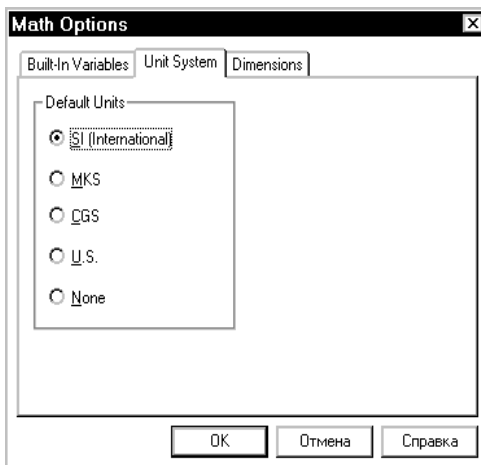


Рис.4.10. Вибір системи одиниць

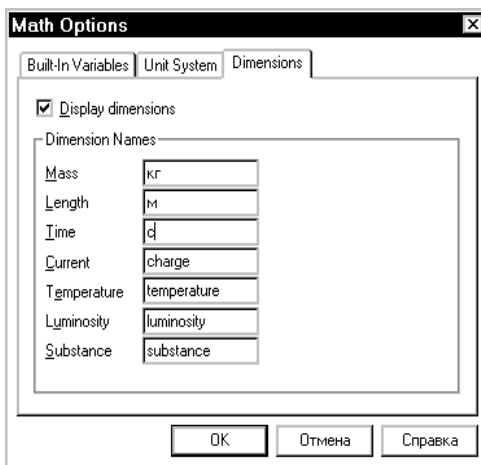


Рис.4.11. Введення україномовних розмірностей

Заміна шрифту для виведення розмірностей потрібна тому, що Mathcad для цього використовує англійський шрифт. Замість українських літер він буде виводити спеціальні символи. Заміну шрифту треба робити так:

- 1) обрати пункт **Format...** (Форматувати) в головному меню;
- 2) в підменю, що з'явиться, обрати пункт **Equation** (Рівняння);
- 3) у **вікні форматування стилів** (рис.4.12) натиснути кнопку **▼** під надписом **Style Name** (Ім'я стилю);
- 4) зі списку стилів обрати **Constants** (Стали);
- 5) натиснути кнопку **Modify**;
- 6) у **вікні редагування стилю Constants**, яке з'явиться (рис.4.13), обрати україномовний шрифт (**Courier**, **MS Serif**, **MS Sans Serif**

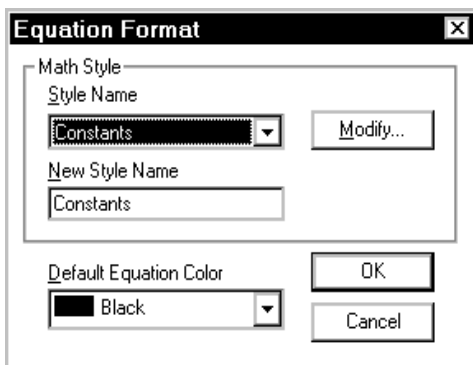


Рис.4.12. Вибір стилю Constants

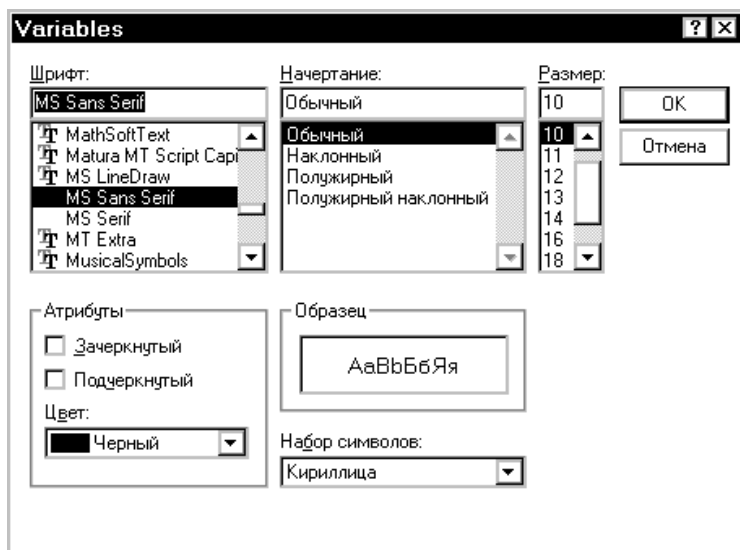


Рис.4.13. Задання українізованого шрифту

та інші), в чому переконатися по надпису “Кириллица” в полі “Набор символів”;

- 7) закрити вікно редагування стилю, натиснувши кнопку «ОК»;
- 8) аналогічно закрити вікно форматування стилів.

§ 7. *Константи і змінні величини*

Константи є глобальними величинами для всього документа і задаються з його початку за допомогою оператора “ \equiv ”. Він знаходиться в підлеглій математичній палітрі, що викликається кнопкою 5 математичної палітри на рис.4.9.

В документі Mathcad константами задають величини, які не змінюються ні в процесі розрахунку документа Mathcad, ні при повторному використанні документа, але вже з іншими розрахунковими даними. Ними можуть бути фізичні константи, похідні одиниці вимірювання, технічні константи, та інші.

Змінні величини задаються за допомогою оператора “:=”. Для його одержання треба натиснути кнопку із зображенням калькулятора (кнопка 1 на рис.4.9) і тоді з’явиться вкладена палітра, у якій буде кнопка “:=”. Коли встановлено латинський шрифт, можна використати **клавішу [:=]**.

Змінні величини можуть міняти своє значення в самому документі Mathcad в процесі обчислень, або при повторному використанні програми, але вже з іншими розрахунковими даними. Вони задають значення розрахунковим даним, шуканим величинам і допоміжним величинам, які використовуються в розрахунках.

Незалежні змінні задаються за допомогою операторів “:=” і “..”. Останній оператор задає крок зміни незалежної змінної. Наприклад: $x:=0,0.01..1$ - тут x змінюється від 0 до 1 з кроком 0.01, що Mathcad визначає з контексту. Оператор “..” можна одержати так:

- 1) натиснути клавішу з калькулятором (клавіша 1 на рис.4.9) в головній математичній палітрі;
 - 2) в підлеглій палітрі натиснути клавішу ***m..n***, після чого з’явиться зображення двох пустих полів, розділених оператором “..”: **■..■**;
 - 3) замість пустих полів треба набрати потрібне.
- Якщо встановлено латинський шрифт, то оператор “..” можна одержати натисканням **клавіші [:=]**.

§ 8. Функції

В Mathcad можна використовувати два види функцій – вбудовані і функції користувача.

Вбудовані функції вже визначені в самому пакеті Mathcad, мають унікальне ім'я і їх можна використовувати в будь-якому місці програми.

До частини найбільш поширених вбудованих функцій є доступ через підлеглу математичну палітру інструментів 1 на рис.4.9. Будь-яку вбудовану функцію можна впровадити в документ таким чином:

- 1) натиснути в третьому рядку панелі інструментів кнопку із зображенням $f(x)$ – з'явиться вікно **Insert Function** (Вставити функцію) з переліком всіх доступних функцій (рис.4.14);

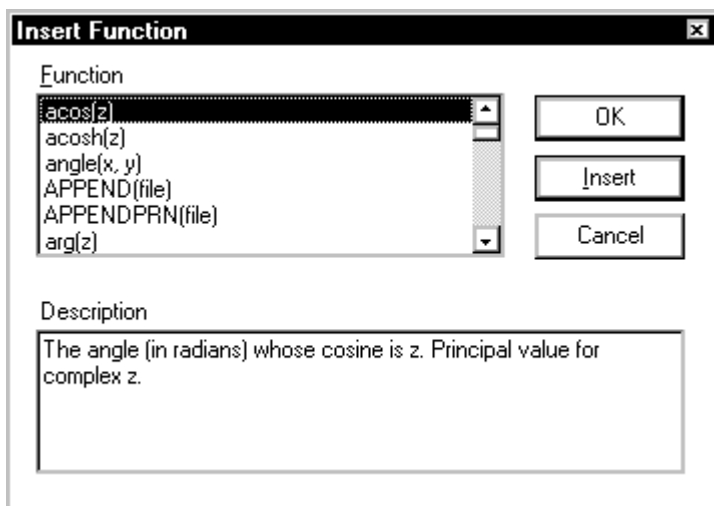


Рис.4.14. Вікно вставлення функції

- 2) обрати в переліку потрібну функцію, для чого підвести до неї вказівник “миші” і натиснути ліву кнопку маніпулятора;
- 3) у вікні натиснути кнопку “**ОК**”;
- 4) коли в потрібному місці з'явиться обрана функція з чорними прямокутниками замість аргументів, набрати на їх місці потрібні аргументи.

У вікні для вставки функцій є підказувач, в якому вказується, що це за функція і якими повинні бути її аргументи. Врешті, вбудовані функції - це різноманітні функції по роботі з дійсними і комплексними числами, координатами, векторами, файлами і т.д.

Функції користувача можуть задаватись в будь-якому місці програми, але до першого їх використання в документі і мають такий вигляд:

Ім'я_функції(змінa1,змінa2,...,змінaN):=Вираз_функції.

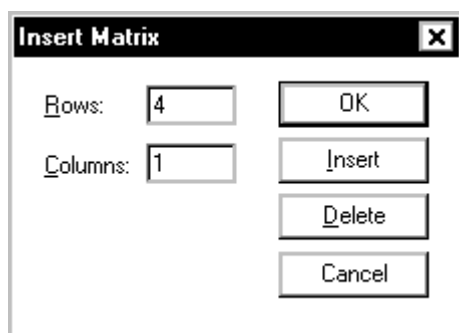
Перед тим як задавати функцію, треба задати значення всім її коефіцієнтам. Оператор “:=” знаходиться в підлеглій математичній палітрі 1 на рис.4.9.

Щоб викликати вбудовану функцію, або функцію користувача, треба набрати її ім'я і в дужках за нею замість змінних 1-*N* набрати потрібні числові значення, або імена змінних.

§ 9. Вектор або матриця

Вектор або матриця задаються так:

- 1) в головній математичній палітрі натиснути кнопку із зображенням матриці (кнопка 6 на рис.4.9);
- 2) в палітрі, що з'явиться, натиснути таку ж кнопку з матрицею;
- 3) у вікні **Insert Matrix**, яке з'явиться (рис.4.15), ввести потрібні числові значення в поля rows (рядки), columns (колонки);



а



б

Рис.4.15. Задання вектора чи матриці: а – вікно для задання кількості рядків (**Rows:**) і колонок (**Columns:**); б – вектор-стовпчик, що з'явиться в документі

- 4) коли на робочому полі з'явиться матриця (вектор) відповідного розміру з чорними прямокутниками на місці кожного елемента, замість прямокутників ввести потрібні вирази і числа.

§10. Розв'язання системи рівнянь

Розв'язання системи алгебраїчних рівнянь виконується в такій послідовності.

1. Задати всі коефіцієнти системи рівнянь (рівняння) і початкове значення невідомих (невідомої).
2. Скласти блок системи рівнянь разом з обмеженнями, що накладаються на невідомі. Блок починається з оператора **given**. Кожне рівняння закінчується оператором "=", який знаходиться в тій же палітрі, що і оператор "≡" (підлегла палітра 5 на рис.4.9). На невідомі можна накладати обмеження у вигляді нерівностей, наприклад: $Y_a > 0 \cdot H$, $Y_b \geq 4 \cdot H$ і т.д. Всі вони ідуть за оператором **given**.
3. Для розв'язання системи рівнянь застосувати оператор **find**. Якщо невідома одна - x , то оператор використовується так: **find(x)=**. Для одержання оператора "=" треба натиснути клавішу [=] при будь-якому шрифту клавіатури. Після введення оператора "=", за ним з'являється відповідь. Для визначення чотирьох невідомих Y_a , Y_b , Z_a , Z_b вводиться чотиривимірний вектор. Оператор **find** застосовується в такому вигляді:

$$\begin{bmatrix} Y_a \\ Y_b \\ Z_a \\ Z_b \end{bmatrix} := \text{find}(Y_a, Y_b, Z_a, Z_b)$$

Якщо невідомих більше чи менше, то треба вводити вектор відповідної розмірності.

§11. Використання комбінацій клавіш для набору формул і керування програмою

Набір формул інколи зручно виконувати за допомогою клавіатури. Якщо встановлено латинський шрифт, то набирати формули (нерівності, рівняння) можна з допомогою таких клавіш і їх комбінацій:

- додати величини - (клавіша) [+];
- додати величини з утворенням нового рядку – (комбінація клавіш) [Ctrl+↵];
- відняти величини - [-];
- перемножити величини - [*];
- поділити величини - [/];
- піднести величину до степеня - [^];
- здобути квадратний корінь - [√];
- здобути корінь степеня n - [Ctrl+√];
- здобути похідну - [?];
- здобути похідну порядку n – [Ctrl+?];
- набір нижніх надписів у величин - [.]

Математичні об'єкти можна вставляти за допомогою таких комбінацій клавіш:

- вставити вбудовану функцію - [Ctrl+F];
- вставити матрицю - [Ctrl+M];
- вставити графік $X-Y$ - [Ctrl+@];
- вставити текстову область - [“].

Вбудовані функції можна набирати на клавіатурі, але краще використовувати математичну палітру інструментів і кнопку вставки функції “ $f(x)$ ” в панелі інструментів.

Керувати програмою можна з використанням таких комбінацій клавіш:

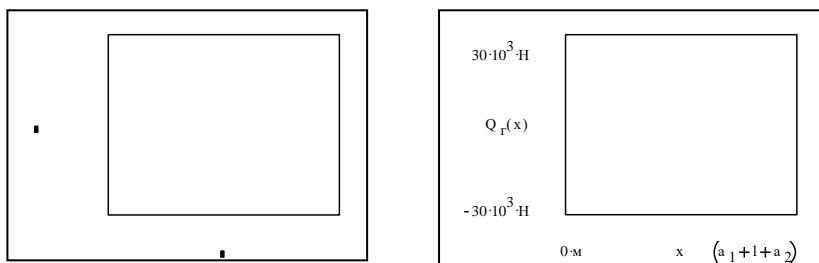
- одержати допомогу по роботі з Mathcad – [F1];
- створити новий документ – [Ctrl+N];
- відкрити існуючий документ – [Ctrl+O];
- зберегти документ з новим ім'ям (змінити ім'я) – [Ctrl+S];
- розрахувати документ – [F9].

Є і інші комбінації клавіш, але тут вони не розглядаються.

§12. Графік у площині X-Y

Графік X-Y задається у такій послідовності:

- 1) в головній математичній палітрі треба натиснути кнопку із зображенням графіка (кнопка 2 на рис.4.9);
- 2) в підлеглій палітрі, що з'явиться, натиснути кнопку із зображенням графіка X-Y;
- 3) після того, як в робочому полі з'явиться графік (рис.4.16), треба заповнити пусті місця у вигляді чорних прямокутників, які задають: незалежну змінну і функцію від неї; межі зміни незалежної змінної і функції. Якщо функцій і аргументів декілька, то вони задаються у відповідному порядку через коми. Поля для меж зміни функції і змінної виникають після їх введення;



а

б

Рис.4.16. Побудова графіка X-Y:

а – вікно новоствореного графіка;

б – вікно графіка після заповнення полів

- 4) змінити розміри графіка, для чого підвести вказівник «миші» до одного з чорних прямокутників на сторонах, чи кута зовнішньої рамки графіка, натиснути ліву кнопку «миші» і, не відпускаючи її, пересувати «мишу» в потрібному напрямку.

Завдання потрібних параметрів для графіка здійснюється у такій послідовності:

- 1) швидко двічі клацнути «мишою» над полем графіка;
- 2) коли виникне панель керування параметрами графіка (рис.4.17) в відповідних *закладках* і *полях* закладок, встановити потрібні параметри графіка.

Параметри графіка в закладці X-Y Axes мають такий зміст:

- **Log Scale** – зробити відповідну вісь логарифмічною;

- **Grid Lines** – вивести в полі графіка масштабну сітку;
- **Numbered** – показати на осях X і Y числову сітку;
- **Autoscale** – при побудові графіка автоматично визначати область графіка (межі зміни x , $f(x)$);
- **Show Markers** – дозволяє вставляти в графік вертикальні і горизонтальні лінії;
- **Auto Grid** – автоматичне визначення кількості масштабних ліній в сітці;
- **Number of Grid** – завдання кількості ліній в масштабній сітці (коли вимкнено прапорець **Auto Grid**);

Axes Style – один з трьох можливих варіантів зображення осей графіка: **Boxed** (Коробчатий) – ліва і нижня сторони прямокутної області графіка; **Crossed** (Перетинатися) осі, що перетинаються; **None** (Немає) – осі не показуються.

Прапорець **Equal Scales** задає рівний масштаб по осям.

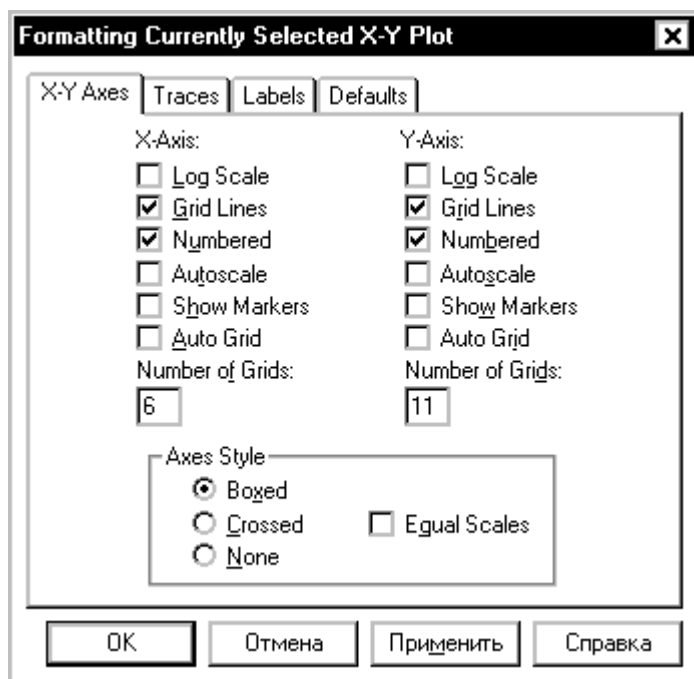


Рис.4.17. Закладка X-Y Axes для форматування графіка

Параметри графіка в закладці **Traces** (Сліди), див. рис.4.18, мають такий зміст:

- 1) **Legend Label** – номер лінії графіка (**trace 1** – слід 1 і т.д.);
- 2) **Symbol** – використання символу для зображення лінії графіка (**none** – символу немає; **x's** – символ **x**; **+s** – символ **+**; **box** – символ \square ; **dmnd** – символ \diamond ; **o's** – символ **o**);
- 3) **Line** – параметри лінії графіка (**solid** – неперервна лінія; **dot** – пунктир; **dash** – штрих; **dadot** – штрих-пунктир);
- 4) **Color** – колір лінії графіка (**red** – червоний; **blu** – синій; **grn** – зелений; **mag** – фіолетовий; **cya** – пурпурний; **brn** – коричневий; **blk** – чорний; **wht** – білий);
- 5) **Type** – тип графіка (**lines** – лінія; **points** – точки; **error** – задається одночасно для двох ліній і вертикально штрихує між ними простір; **bar** – вертикальні прямокутники; **step** – сходишки; **stern** – вертикальні відрізки);
- 6) **Weight** – товщина лінії графіка - 1-9, p, причому p – найменша можлива.

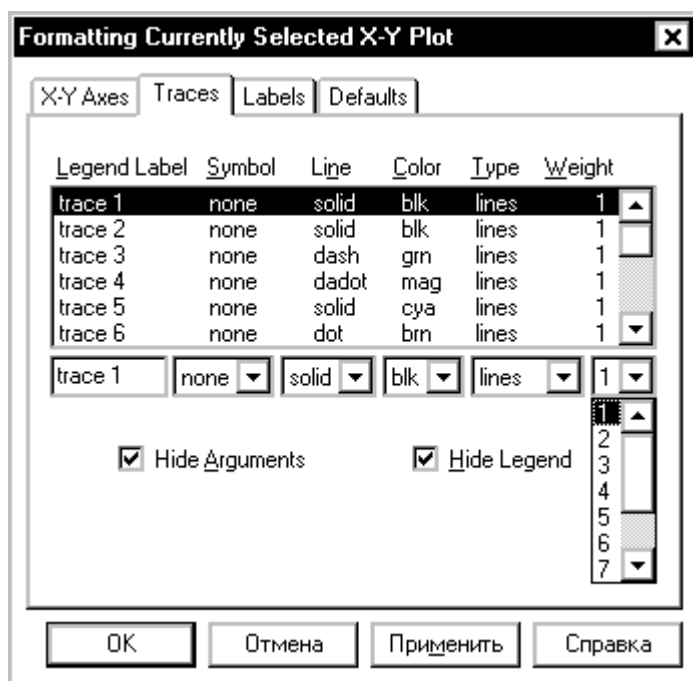


Рис.4.18. Закладка **Traces** для форматування графіків

Прапорці **Hide Arguments** (Сховати аргументи) і **Hide Legends** (Сховати імена) дозволяють виводити, чи не виводити в поле графіка аргументи по осях X-Y і назви ліній trace 1 і т.д.

Параметри графіка в закладці Labels (Надписи) мають такий зміст (рис.4.19):

- 1) **Title** (Заголовок) – назва графіка з наступною можливістю для керування: **Above** – назва угорі; **Below** – назва знизу; **Show Title** – прапорець, що дозволяє показати заголовок на графіку;
- 2) **Axis Labels** – надписи на координатних осях: в полі **X-Axis:** для осі X; в полі **Y-Axis:** для осі Y. Перед полями прапорці, які дозволяють показувати чи ні ці надписи.

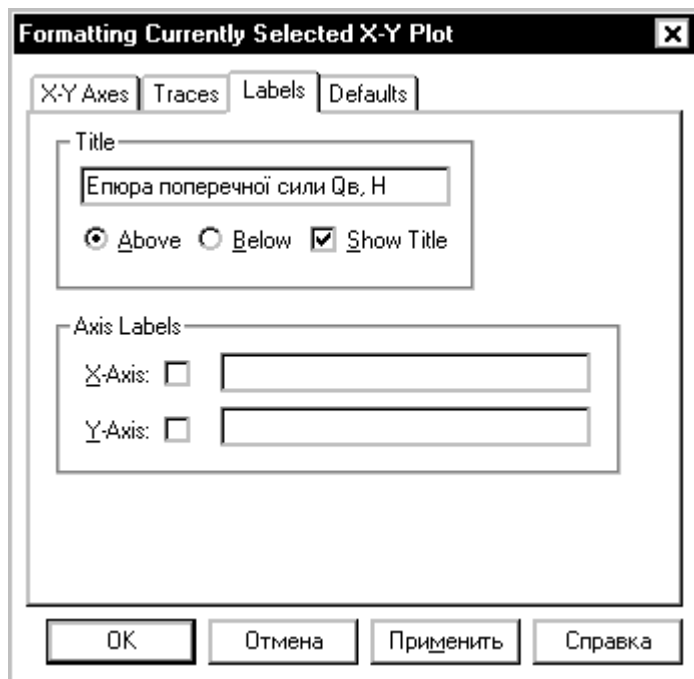


Рис.4.19. Закладка Labels для форматування графіків

§13. Інтерполяція функцій

Математично задача інтерполяції функції формулюється так.

Нехай на відрізку $[a, b]$ задано точки x_0, x_1, \dots, x_n , які називаються вузлами інтерполяції, і значення деякої функції $f(x)$ у цих точках

$$f(x_0) = y_0, f(x_1) = y_1, \dots, f(x_n) = y_n.$$

Потрібно побудувати інтерполуючу функцію $F(x)$, що належить деякому класу і приймає у вузлах інтерполяції ті самі значення, що і функція $f(x)$:

$$F(x_0) = y_0, F(x_1) = y_1, \dots, F(x_n) = y_n.$$

Якщо у подальшому функція $F(x)$ використовується для обчислень наближних значень функції $f(x)$ на відрізку $[x_0, x_n]$, то таку операцію називають **інтерполяцією**, а якщо за межами – то **екстраполяцією**. Сам процес побудови функції $F(x)$ називатимемо **інтерполяцією**.

В такій постановці задача інтерполяції має нескінченну кількість розв'язків.

Якщо у якості інтерполуючої функції шукати поліном $P_n(x)$ степеня n , то задача стає однозначною. Загальний розв'язок такої задачі дає інтерполяційна формула Лагранжа. Якщо вузлових точок багато, то поліном Лагранжа має високу степінь і його використання стає важким і трудомістким. Найбільш поширеним наближенням функцій є їх інтерполяція сплайнами.

Позначимо через P_m множину поліномів степеня не більше m . Точки x_0, x_1, \dots, x_n будемо називати **вузлами сплайну**.

Інтерполяційним поліноміальним сплайном порядку m (з дефектом 1) - $S_m(x)$ називається така функція, що:

- 1) $S_m(x) \in P_m, x \in [x_i, x_{i+1}], i=0, 1, \dots, n-1$;
- 2) $S_m(x) \in C^{m-1}[a, b]$;
- 3) $S_m(x_i) = f(x_i) = y_i, i=0, 1, \dots, n$.

З визначення випливає, що сплайн (з дефектом 1) - це сукупність таких поліномів степеня m , що вони послідовно у вузлах інтерполяції приймають ті самі значення, що і функція $f(x_i)$, а складена з них функція $S_m(x)$ неперервно диференційована $m-1$ разів (в виразі $(m-1)$ 1 – дефект сплайну).

Лінійний сплайн утворює прямолінійні відрізки, що з'єднують на площині точки $(x_i, y_i), i=0, 1 \dots n$.

Параболічний сплайн утворюється поліномами другого степеня. Він - один раз неперервно диференційована функція (на площині це лінія без зламів).

Кубічний сплайн утворюється поліномами третього степеня і сплайн двічі неперервно диференційований.

В Matcad є наступні **інтерполяційні функції**.

1. **Лінійний сплайн** $linterp(vx,vy,x)$, що повертає інтерполяційне значення функції в точці x за її значенням vy у вузлових точках vx . Величини vx,vy є векторами розмірності $n+1$, де $n+1$ кількість вузлів сплайну (інтерполяції).
2. **Кубічний сплайн** $interp(vs,vx,vy,x)$, що повертає інтерполяційне значення функції в точці x за її значенням vy у вузлових точках vx . Векторна величина vs визначає різновид кубічного сплайну і визначається однією з трьох функцій Mathcad:
 - 1) $lspline(vx,vy)$ – для кубічного сплайну з лінійними умовами на границях;
 - 2) $pspline(vx,vy)$ – для кубічного сплайну з параболічними умовами на границях;
 - 3) $cspline(vx,vy)$ – для кубічного сплайну з кубічними умовами на границях.

Припускається таке використання функцій для кубічної інтерполяції:

$$f(x) := \text{interp}(lspline(vx,vy), vx, vy, x);$$

$$vs := cspline(vx,vy), f(x) := \text{interp}(vs, vx, vy, x)$$

і т.д.

Для **екстраполяційних** обчислень в Mathcad існує функція $predict(v,m,n)$. Вона повертає n -мірний вектор наступних прогнозованих значень функції $f(x)$, знайдених по її m попереднім значенням з вектора значень v . Для цієї функції крок інтерполяції (відстань між x_i і x_{i+1}) завжди однаковий.

§14. Елементи програмування у Mathcad

Палітра інструментів для програмування – підлегла палітра 7 математичної палітри інструментів на рис.4.9. Вона дає можливість програмувати в документі Mathcad. В ній десять кнопок для організації алгоритмічних обчислень.

1. **Add Line** (Додати рядок) – утворює новий рядок і використовується тоді, коли в полях операторів, які

приводяться нижче, треба записати декілька виразів або формул.

2. \leftarrow знак присвоєння значення величині в блоці програми. Наприклад, запис $a \leftarrow b+c$ означає присвоїти змінній a значення $b+c$. Всі змінні, що вводяться в тілі програмного блоку, є локальними. Тому при виході з блоку їх значення зникають.
3. **if** (якщо) – умовний оператор, що дозволяє проводити в блоці програми обчислення тільки при виконанні умов(и), що стоять за оператором. При натисканні на кнопку в документі Mathcad з'явиться такий фрагмент

■ if ■

У першому прямокутнику треба задати потрібні дії, а в другому – умови, при виконанні яких ці дії треба виконати.

4. **while** (доки) – оператор циклу з передумовою. При натисканні на цю кнопку в програмі з'являється фрагмент

while ■

■

У верхньому прямокутнику треба задати потрібні передумови, а у нижньому – дії, які треба циклічно виконувати. Цикл буде виконуватися, поки будуть виконуватись передумови.

5. **for** (для) - оператор циклу з параметром. Цикл виконується, поки параметр змінюється в заданих межах. При натисканні на цю кнопку з'являється фрагмент

for ■ ∈ ■

■

В рядку після **for** треба в першому прямокутнику задати ім'я параметра, а в другому - межі його зміни. В прямокутнику під **for** треба задати дії, які треба циклічно виконувати.

6. **break** (перервати) - дозволяє перервати виконання циклу **while**, чи **for** і дає можливість продовжити виконання програмного блоку з наступних за перерваним циклом операторів. При натисканні на цю кнопку просто з'являється надпис **break**.
7. **otherwise** (інакше) – використовується в комбінації з оператором **if** і дозволяє утворювати в програмному блоці повну альтернативу. При натисканні на цю кнопку в блоці з'являється фрагмент

■ otherwise

В прямокутнику треба записати дії, які треба виконувати при невиконанні умов, що стоять в попередніх операторах if.

8. **return** (повернути) – дозволяє повертати з блоку програми величину, що вказана після оператора. При натисканні на цю кнопку з'являється фрагмент

return ■

В прямокутнику треба вказати величини, що повертаються в основну програму.

9. **on error** (при помилці) – дозволяє обробляти програмно помилки, які можуть виникнути в програмному блоці. При натисканні клавіші виникає фрагмент

■ on error ■

В лівому прямокутнику вказується величина, що повертається з програмного блоку при виникненні помилки, а в правому – величина, що повертається при успішному обчисленні.

10. **continue** (продовжити) – дозволяє перервати виконання дій поточного циклу і почати виконувати з самого початку вже наступний цикл операторів for, while. При натисканні цієї клавіші виникає надпис - continue.

Загальні зауваження до складання програмних блоків:

- 1) по замовчуванню в документ Mathcad повертається з програмного блоку тільки величина, що стоїть в його останньому рядку; для зміни такої ситуації треба використовувати оператори return, on error;
- 2) будь-який оператор в програмному блоці набирається тільки через програмну палітру, а не через клавіатуру;
- 3) всі змінні, що вводяться в тілі програмного блоку, є локальними; тому при виході з блоку їх значення зникають, і в програмному блоці величина змінної з основного документа змінюється локально - тобто при виході з блоку їй повертається попереднє значення.

§15. Задання параметрів сторінки і виведення на друк документа Mathcad

Задання параметрів сторінки документа можна досягти такою послідовністю:

- 1) обрати в головному меню пункт **File**;
- 2) в підменю, що з'явиться, обрати пункт **Page Setup** (Параметри сторінки) – висвітиться вікно задання параметрів сторінки, рис.4.20;

- 3) в групі **Paper** (Папір) задати потрібні параметри **Size** (Розміри) і **Source** (Джерело);
- 4) в групі **Orientation** (Орієнтація) обрати один із потрібних варіантів орієнтації паперу – **Portrait** (Книжкова), чи **Landscape** (Альбомна);
- 5) в групі **Поля [мм]** задати потрібні розміри полям сторінки - **Left** (Ліве), **Right** (Праве), **Top** (Верхнє), **Bottom** (Нижнє);
- 6) натиснути кнопку **OK**.

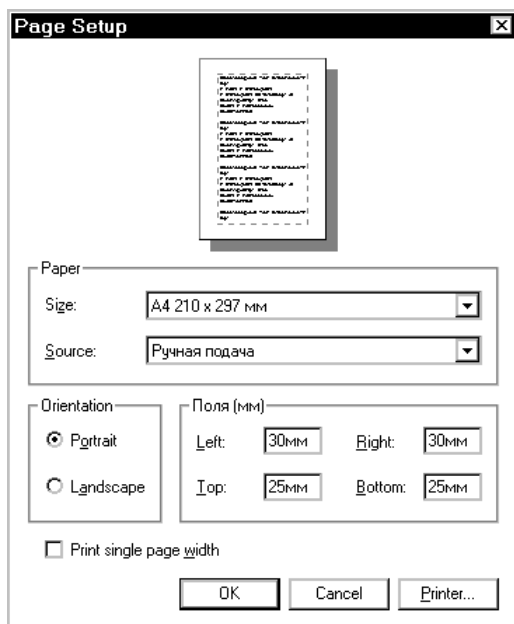


Рис.4.20. Задання параметрів сторінки

Виведення на друк документа Mathcad наступне:

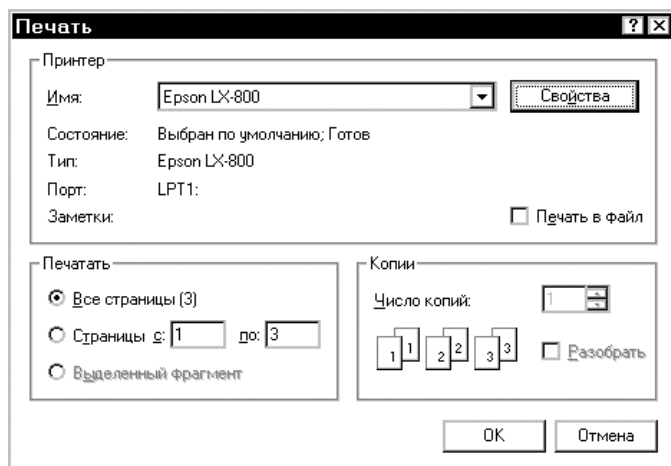


Рис.4.21. Вікно виводу документа на друк

- 1) обрати в головному меню пункт **File**;
- 2) в підменю, що з'явиться, обрати пункт **Print**;
- 3) у вікні **Печать** (рис.4.21) обрати об'єкт для виведення на друк: **Все страницы (n)**; **Страницы с:** **Выделенный фрагмент**;
- 4) натиснути кнопку **«ОК»**.

§16. Проведення розрахунків в Mathcad

Розрахунок документа Mathcad відбувається при натисканні клавіші **[F9]**. Розрахунки формул, графіків і т.п. відбуваються в такій послідовності - зліва направо і згори донизу.

Перед розрахунком будь-якого фрагмента документа, як і перед побудовою графіка, треба задати або обчислити всі необхідні величини, функції і т.д.

Точність розрахунків при розв'язанні рівнянь і системи рівнянь визначає системна змінна **TOL** (**TOLerance** – похибка, точність). Початкове її значення $1 \cdot 10^{-3}$. Його можна змінювати в межах $0 < TOL < 1$ в будь-якій частині документа, наприклад: $TOL := 1 \cdot 10^{-5}$.

Якщо розв'язується система рівнянь і нерівностей відносно деяких невідомих, то Mathcad буде шукати значення цих невідомих, при яких кожне рівняння і нерівність будуть виконуватися із точністю, не меншою **TOL**. **До точності визначення невідомих TOL прямого відношення не має**, бо це припустима точність задоволення рівнянь і нерівностей, а не точність визначення невідомих.

Особливості розв'язання рівнянь і їх систем чисельними методами полягають в наступному:

- 1) для забезпечення рівної точності визначення кожної невідомої і для задоволення кожного рівняння з такою самою точністю, треба всі рівняння в системі, нерівності і невідомі *пронормувати*, для чого поділити на таку величину відповідної розмірності, щоб ліві частини рівнянь, нерівностей і нові безрозмірні змінні змінювалися в околі безрозмірної 1 (на практиці часто достатньо пронормувати тільки частину рівнянь, причому ту, ліві частини якої за значеннями набагато відрізняються від цих частин інших рівнянь; безрозмірні змінні треба вводити тільки тоді, коли відповідні змінні змінюються у межах великого числового регіону);

2) щоб визначити безрозмірні невідомі з точністю до $1 \cdot 10^{-n}$, треба обчислення проводити з точністю $TOL=1 \cdot 10^{-(n+2)}$, що на два порядки більше потрібної точності для відповіді;

3) для одержання розв'язку треба задати вдалі початкові значення невідомих; причому, якщо машина не зможе розв'язати систему, треба змінити початкові значення; якщо і це не допоможе, то зменшити точність розрахунків і знову виконати вимоги цього пункту.

Для одержання будь-якого розв'язку рівняння або системи можна замість оператора **Find** (Знайти розв'язок) використати оператор **Minerr** (Мінімізація помилки). Але слід перевірити, чи дійсно він повернув розв'язок. Спочатку треба перевірити, чи задоволені всі обмеження, які накладаються на невідомі. Якщо ні, то одержано не розв'язок задачі. Потім треба вивести значення системної змінної **ERR** (Error – Помилка), бо вона задає абсолютну похибку (відхилення), з якою задоволено рівняння (система рівнянь), яке розв'язується.

При складанні документа Mathcad потрібно дотримуватися наступних рекомендацій:

1) при розв'язку задачі з розмірностями спочатку треба скласти і наладити документ, який їх не враховує, а вже потім внести до нього зміни для слідкування за розмірністю;

2) при послідовному визначенні похідних функції, обчислюючи похідну порядку n , треба її брати від функції-оригінала, а не як першу похідну від попередньої похідної (наприклад, прискорення - похідна від швидкості, чи друга похідна від радіуса-вектора, повинні обчислюватись як друга похідна);

3) при обчисленні похідних за допомогою символьних операторів, при визначенні складних функцій і т.п., для перевірки можливостей Mathcad по їх обчисленню має сенс будувати графіки функцій, що визначаються;

4) будь-які перевірові розрахунки і графіки для наладки документа зручно робити правіше сторінок документа; потім їх легко буде вилучити, не змінивши структуру останнього.

Розмірності величин є їх невід'ємною частиною. Саме число без розмірності сенсу немає. Тому, наприклад, для програми Mathcad всі величини, що наведені нижчі однакові:

$$n = 1200 \cdot \frac{\text{оберт}}{\text{хвилина}} = 20 \cdot \frac{\text{оберт}}{\text{секунда}}.$$

В документі не треба ділити 1200 на 60, щоб одержати змінну n у вигляді кількості обертів за секунду.

Питання для самоконтролю

1. Вмикання комп'ютера.
2. Вимкнення комп'ютера.
3. Запуск програми Mathcad.
4. Вигляд робочого вікна програми Mathcad для роботи з документом.
5. Вигляд робочого вікна програми Mathcad без документа для редагування.
6. Створення нового документа.
7. Зміна імені документа.
8. Запис останньої редакції документа.
9. Закриття документа і вихід з програми Mathcad.
10. Відкриття існуючого документа.
11. Загальна послідовність введення тексту.
12. Вибір назви шрифту.
13. Вибір розміру шрифту.
14. Вибір виду зображення шрифту.
15. Вирівнювання тексту.
16. Внесення змін до вже набраного тексту.
17. Особливості комбінації різних можливостей з форматування тексту.
18. Загальна послідовність набору математичних формул.
19. Математична палітра інструментів – головна і підлеглі.
20. Набір формул, довгих формул, нижніх надписів.
21. Для чого потрібне слідування за розмірністю?
22. Базові і похідні одиниці вимірювання. Послідовність їх завдання в документі Mathcad.
23. Як забезпечити, щоб в документі Mathcad розмірності виводились в україномовному написанні?
24. Константи, змінні і незалежні змінні.
25. Вбудовані функції і функції користувача.
26. Задання вектора або матриці.
27. Розв'язання системи алгебраїчних рівнянь за допомогою конструкції given...find.

28. За допомогою яких клавіш і їх комбінацій можна набирати математичні формули?
29. За допомогою яких клавіш і їх комбінацій можна вставляти математичні об'єкти?
30. За допомогою яких клавіш і їх комбінацій можна керувати програмою Mathcad?
31. Загальна послідовність задання графіка у площині X-Y.
32. Керування параметрами графіка в закладці X-Y Axes.
33. Керування параметрами графіка в закладці Traces.
34. Керування параметрами графіка в закладці Labels.
35. Математична постановка задачі інтерполяції і екстраполяції функції.
36. Сплайн, як розв'язок задач інтерполяції і екстраполяції.
37. Лінійний, параболічний і кубічний сплайни.
38. Інтерполяційні функції Mathcad.
39. Екстраполяційна функція Mathcad.
40. Палітра інструментів для програмування. Виклик палітри.
41. Призначення кнопок в палітрі для програмування.
42. Загальні відомості по складанню і використанню програмних блоків.
43. Параметри сторінки: розмір аркуша; джерело паперу; орієнтація аркуша; поля. Задання потрібних параметрів документа Mathcad.
44. Послідовність виведення документа Mathcad на друк.
45. Послідовність проведення розрахунків в документі Mathcad.
46. Точність розрахунків.
47. Особливості розв'язання рівнянь і їх систем чисельними методами.
48. Дайте рекомендації що до складання документа Mathcad.
49. Особливості роботи з розмірними величинами.

Глава 5. Застосування програми Mathcad для розрахунку важільних механізмів

§ 1. Розрахунок кривошипно-коромислового механізму

Задача. Кривошипно-коромисловий механізм, зображений на рис.5.1, має наступні кінематичні і масо-інерційні характеристики: $l_1 = 0,06 \text{ м}$, $l_2 = 0,3 \text{ м}$, $l_3 = 0,29 \text{ м}$ - довжини ланок; $l_{s1} = 0$, $l_{s2} = 0,5 \cdot l_2$, $l_{s3} = 0,5 \cdot l_3$ - відстані від точок O , A і B до центрів ваги ланок 1, 2 і 3 відповідно; $x_C = 0,36 \text{ м}$, $y_C = 0,12 \text{ м}$ - координати точки C відносно точки O ; $m_2 = 2,5 \text{ кг}$, $m_3 = 4,8 \text{ кг}$ - маси і $J_{s2} = 0,025 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$, $J_{s3} = 0,018 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$ - осьові моменти інерції ланок 2, 3. Кривошип 1 обертається навколо точки O зі сталою кутовою швидкістю $\omega_1 = 12 \cdot \pi \text{ рад/с}$ і на нього діє зрівноважуючий момент M_{zp} . Рух механізму відбувається під дією рушійного моменту $M_p = 30 \text{ Н} \cdot \text{м}$, прикладеного до коромисла 3 за напрямом кутової швидкості.

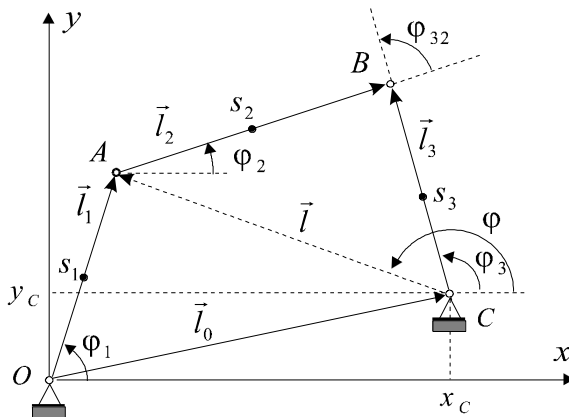


Рис.5.1. Кінематична схема кривошипно-коромислового механізму

Визначити наступні величини, як функції кута повороту кривошипа за один оберт.

1. У вигляді графіків:

- кутові переміщення φ_2, φ_3 , швидкості ω_2, ω_3 і прискорення $\varepsilon_2, \varepsilon_3$ ланок 2, 3;
- зрівноважуючий момент $M_{зп}$ і його середнє значення за один оберт кривошипа.

2. У вигляді таблиць для 12-и положень кривошипа:

- координати - x_{S2}, y_{S2} , проекції швидкості - v_{S2x}, v_{S2y} і прискорення - a_{S2x}, a_{S2y} центра мас шатуна 2;
- проекції на координатні осі сил взаємодії між ланками 1 і 2 - R_{12x}, R_{12y} .

Розв'язання задачі. Для кінематичного аналізу механізму використовуємо формули Гл.1, §2. З формули (1.3) знаходимо

$$l(\varphi_1) = \sqrt{(x_C - l_1 \cdot \cos \varphi_1)^2 + (y_C - l_1 \cdot \sin \varphi_1)^2}.$$

З формули (1.6) знаходимо кут $\varphi_{32} = \varphi_3 - \varphi_2$, як функцію φ_1

$$\varphi_{32}(\varphi_1) = \arccos \left(\frac{l_2^2 + l_3^2 - l(\varphi_1)^2}{2 \cdot l_2 \cdot l_3} \right).$$

З формули (1.4)

$$\varphi(\varphi_1) = \arccos \left(\frac{l_1 \cdot \cos \varphi_1 - x_C}{l(\varphi_1)} \right).$$

З урахуванням формули (1.9) знаходимо:

$$\varphi_3(\varphi_1) = \varphi(\varphi_1) - \arccos \left(\frac{l_3^2 + l(\varphi_1)^2 - l_2^2}{2 \cdot l_3 \cdot l(\varphi_1)} \right),$$

$$\varphi_2(\varphi_1) = \varphi_3(\varphi_1) - \varphi_{32}(\varphi_1).$$

Одержані формули дозволяють визначити положення механізму в залежності від кута φ_1 і використовуються для складання документа Mathcad.

Для силового розрахунку механізму будемо розрахункові схеми, зображені на рис.5.2.

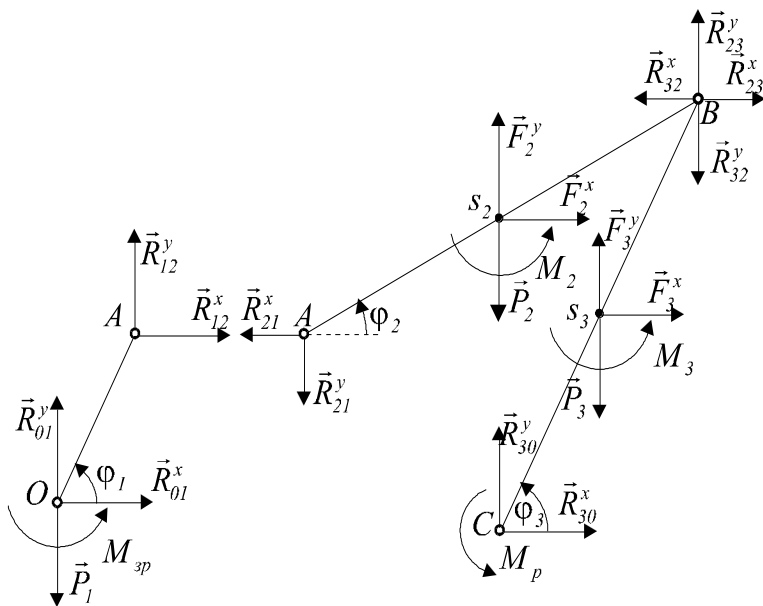


Рис.5.2. Схема силового розрахунку кривошипно-коромислового механізму

З точки зору структурного аналізу вважаємо, що ланка 1 утворює групу Ассура I класу і до неї приєднується група Ассура II класу, що утворена ланками 2 і 3. Це дозволяє поділити рівняння рівноваги на дві групи. Перша група з шести рівнянь складається для ланок 2, 3 і її достатньо для визначення шести відповідних реакцій. Після їх визначення розглядається рівновага ланки 3 для визначення рушійного моменту і решти реакцій. На розрахунковій схемі (рис.5.2) ланки 2, 3 показані окремо, що потрібно для складання рівнянь моментів відносно точок A, C.

Нижче наводиться документ Mathcad розв'язання задачі. Для його складання треба заздалегідь побудувати схеми для кінематичного і силового аналізу (рис.5.1, 5.2), щоб потім їх мати перед собою.

Документ Mathcad для розрахунку чотирьохланкового механізму

Етап 1. Кінематичний аналіз механізму

1. Задаємо базові і похідні одиниці вимірювання і розрахункові дані

$m=1 \text{ m}$ $kg=1 \text{ kg}$ $s=1 \text{ s}$ $N=kg \cdot m \cdot s^{-2}$ - одиниці вимірювання,

$l_1 := 0.06 \cdot m$ $l_2 := 0.3 \cdot m$ $l_3 := 0.29 \cdot m$ - довжини ланок,

$x_C := 0.36 \cdot m$ $y_C := 0.12 \cdot m$ - координати точки C,

$l_{S2} := l_2 \cdot 0.5$ $l_{S3} := l_3 \cdot 0.5$ - відстані до центрів мас ланок 2, 3,

$\omega_1 := 12 \cdot \pi \cdot s^{-1}$ - кутова швидкість обертання кривошипа,

$t := 0 \cdot s, \frac{2 \cdot \pi}{50 \cdot \omega_1} .. \frac{2 \cdot \pi}{\omega_1}$ - змінна для часу, що задана на інтервалі оберту кривошипа.

2. Визначаємо кути, які задають положення механізму і координати центрів ваги ланок

$\phi_1(t) := \omega_1 \cdot t$ - кут повороту кривошипа.

$$l(t) := \sqrt{(x_C - l_1 \cdot \cos(\phi_1(t)))^2 + (y_C - l_1 \cdot \sin(\phi_1(t)))^2}$$

- довжина вектора, що з'єднує точки A і B.

$$\phi_{32}(t) := \arccos\left(\frac{l_2^2 + l_3^2 - l(t)^2}{2 \cdot l_2 \cdot l_3}\right) \text{ - допоміжний кут між ланками 2 і 3.}$$

$$\phi(t) := \arccos\left(\frac{l_1 \cdot \cos(\phi_1(t)) - x_C}{l(t)}\right) \text{ - допоміжний кут між вектором } l \text{ і віссю } x.$$

$$\phi_3(t) := \phi(t) - \arccos\left(\frac{l_3^2 + l(t)^2 - l_2^2}{2 \cdot l_3 \cdot l(t)}\right) \text{ - кут повороту ланки 3.}$$

$$\phi_2(t) := \phi_3(t) - \phi_{32}(t) \text{ - кут повороту ланки 2.}$$

$$\begin{aligned} x_{S2}(t) &:= l_1 \cdot \cos(\phi_1(t)) + l_{S2} \cdot \cos(\phi_2(t)) \\ y_{S2}(t) &:= l_1 \cdot \sin(\phi_1(t)) + l_{S2} \cdot \sin(\phi_2(t)) \end{aligned} \text{ - координати центра ваги ланки 2}$$

$$\begin{aligned} x_{S3}(t) &= l_1 \cdot \cos(\phi_1(t)) + l_2 \cdot \cos(\phi_2(t)) - l_3 \cdot \cos(\phi_3(t)) \\ y_{S3}(t) &= l_1 \cdot \sin(\phi_1(t)) + l_2 \cdot \sin(\phi_2(t)) - l_3 \cdot \sin(\phi_3(t)) \end{aligned}$$

- координати центра ваги ланки 3.

3. Визначаємо кутові швидкості і швидкості центрів мас ланок як похідні за часом від відповідних величин

$$\omega_2(t) := -\frac{d}{dt}\phi_2(t) \quad \omega_3(t) := -\frac{d}{dt}\phi_3(t) \quad - \text{КУТОВІ ШВИДКОСТІ,}$$

$$\begin{aligned} v_{S2x}(t) &:= \frac{d}{dt} x_{S2}(t) & v_{S2y}(t) &:= \frac{d}{dt} y_{S2}(t) \\ v_{S3x}(t) &:= \frac{d}{dt} x_{S3}(t) & v_{S3y}(t) &:= \frac{d}{dt} y_{S3}(t) \end{aligned} \quad \begin{array}{l} \text{ - швидкості центрів} \\ \text{ мас ланок 2, 3.} \end{array}$$

4. Визначаємо кутові прискорення і прискорення центрів мас ланок як другі похідні за часом від відповідних величин

$$\varepsilon_2(t) := \frac{d^2}{dt^2} \phi_2(t) \quad \varepsilon_3(t) := \frac{d^2}{dt^2} \phi_3(t) \quad - \text{кутові прискорення,}$$

$$\begin{array}{ll} a_{S2x}(t) := \frac{d^2}{dt^2} x_{S2}(t) & a_{S2y}(t) := \frac{d^2}{dt^2} y_{S2}(t) \\ a_{S3x}(t) := \frac{d^2}{dt^2} x_{S3}(t) & a_{S3y}(t) := \frac{d^2}{dt^2} y_{S3}(t) \end{array}$$

- прискорення
центрів мас
ланок 2, 3.

Етап 2. Силовий розрахунок механізму

1. Задаємо масо-інерційні характеристики ланок механізму і визначаємо сили і моменти сил інерції ланок і сили ваги

$$m_2 := 2.5 \cdot \text{кг} \quad m_3 := 4.8 \cdot \text{кг} \quad - \text{ маси ланок,}$$

$$J_{S2} := 0.025 \cdot \text{кг} \cdot \text{м}^2 \quad J_{S3} := 0.018 \cdot \text{кг} \cdot \text{м}^2 \quad \text{- осьові моменти інерції,}$$

$$\begin{matrix} F_{2x}(t) := -m_2 \cdot a_{S2x}(t) & F_{2y}(t) := -m_2 \cdot a_{S2y}(t) \\ F_{3x}(t) := -m_3 \cdot a_{S3x}(t) & F_{3y}(t) := -m_3 \cdot a_{S3y}(t) \end{matrix} \quad \text{- сили інерції,}$$

$$M_2(t) := -J_{S2} \ddot{\varphi}_2(t) \quad M_3(t) := -J_{S3} \ddot{\varphi}_3(t) - \text{моменти сил інерції,}$$

$$P_2 := m_2 \cdot g \quad P_3 := m_3 \cdot g \quad - \text{ сили ваги ланок,}$$

$$M_p := 30 \cdot \text{Н} \cdot \text{м} \quad \text{- рушійний момент.}$$

2. Визначаємо опорні реакції і рушійний момент як функції часу

$\text{sign}(x) := \begin{cases} 1 & \text{if } x > 0 \\ 0 & \text{if } x = 0 \\ -1 & \text{if } x < 0 \end{cases}$ - визначили функцію signum.

$$b_1(t) := - \left[M_p \cdot \text{sign}(\phi_3(t)) + M_3(t) - F_{3x}(t) \cdot (l_3 - l_{S3}) \cdot \sin(\phi_3(t)) \dots \right. \\ \left. + (F_{3y}(t) - P_3) \cdot (l_3 - l_{S3}) \cdot \cos(\phi_3(t)) \right]$$

$$b_2(t) := - \left[M_2(t) + (F_{2y}(t) - P_2) \cdot l_{S2} \cdot \cos(\phi_2(t)) \right] \dots \\ + F_{2x}(t) \cdot l_{S2} \cdot \sin(\phi_2(t))$$

$$\Delta(t) := l_2 \cdot l_3 \cdot \sin(\phi_3(t))$$

$$\Delta_1(t) := b_1(t) \cdot l_2 \cdot \cos(\phi_2(t)) + b_2(t) \cdot l_3 \cdot \cos(\phi_3(t))$$

$$\Delta_2(t) := b_2(t) \cdot l_3 \cdot \sin(\phi_3(t)) + b_1(t) \cdot l_2 \cdot \sin(\phi_2(t))$$

$$R_{23x}(t) := \frac{\Delta_1(t)}{\Delta(t)} \qquad R_{23y}(t) := \frac{\Delta_2(t)}{\Delta(t)}$$

- знайдені за методом Крамера з рівнянь моментів, складених для ланки 2 - відносно точки А, ланки 3 - С.

Визначаємо решту реакцій і зрівноважуючий момент:

$$R_{12x}(t) := R_{23x}(t) + F_{2x}(t) \qquad R_{12y}(t) := R_{23y}(t) - P_2 + F_{2y}(t)$$

- знайдені з рівнянь проєкцій сил на осі X, Y, складених для шатунa;

$$M_{3p}(t) := R_{12x}(t) \cdot l_1 \cdot \sin(\phi_1(t)) - R_{12y}(t) \cdot l_1 \cdot \cos(\phi_1(t))$$

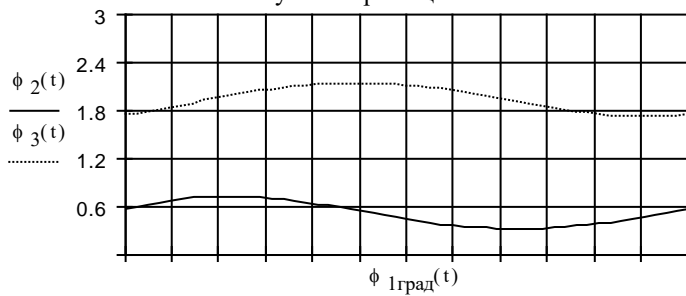
- знайдено з рівняння моментів для ланки 1 відносно точки О.

$$\phi_{1\text{град}}(t) := \phi_1(t) \cdot \frac{180}{\pi} \quad - \text{кут } \phi_1 \text{ в градусах.}$$

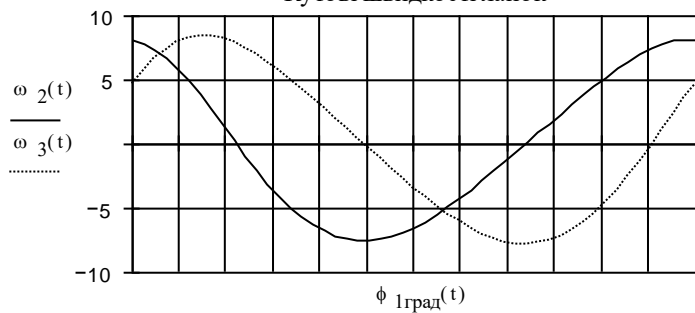
Етап III. Виведення результатів розрахунків

1. Виведення графіків кінематичних величин

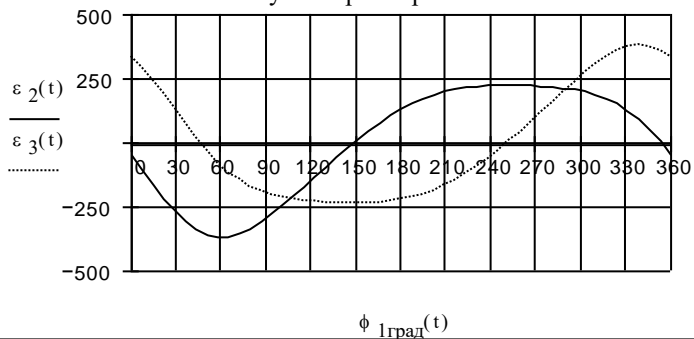
Кутові переміщення ланок



Кутові швидкості ланок



Кутові прискорення ланок



2.-Виведення таблиць кінематичних величин

$$t = 0 \text{ с}, \frac{2 \cdot \pi}{12 \cdot \omega_1} \dots \frac{2 \cdot \pi}{\omega_1} \quad - \text{ для 12-и положень кривошипа:}$$

$\phi \text{ } 1^\circ \text{град}(t)$	$x_{S3}(t)$	$y_{S3}(t)$	$v_{S2x}(t) \cdot \text{м}^{-1} \cdot \text{с}$	$v_{S2y}(t) \cdot \text{м}^{-1} \cdot \text{с}$
0	0.335·м	0.023·м	- 0.671	3.276
30	0.322·м	0.08·м	- 1.684	2.635
60	0.306·м	0.119·м	- 2.075	1.259
90	0.293·м	0.129·м	- 1.909	- 0.405
120	0.285·м	0.108·м	- 1.361	- 1.927
150	0.282·м	0.063·м	- 0.547	- 2.927
180	0.285·м	0.004·м	0.418	- 3.142
210	0.294·м	- 0.051·м	1.354	- 2.535
240	0.307·м	- 0.089·м	2.013	- 1.289
270	0.321·м	- 0.1·м	2.162	0.284
300	0.334·м	- 0.081·м	1.676	1.824
330	0.339·м	- 0.036·м	0.624	2.947
360	0.335·м	0.023·м	0.671	3.276

$\phi \text{ } 1^\circ \text{град}(t)$	$a_{S2x}(t) \cdot \text{м}^{-1} \cdot \text{с}^2$	$a_{S2y}(t) \cdot \text{м}^{-1} \cdot \text{с}^2$
0	- 89.517	- 11.441
30	- 51.84	- 77.592
60	- 5.767	- 114.894
90	27.406	- 119.617
120	50.187	- 94.917
150	65.754	- 45.707
180	71.073	15.125
210	60.556	69.978
240	31.481	105.625
270	- 11.638	116.523
300	- 57.588	100.616
330	- 90.109	56.302
360	89.517	11.441

3.- Виведення графіка зрівноважуючого моменту

$t := 0 \cdot c, \frac{2 \cdot \pi}{100 \cdot \omega_1} .. \frac{2 \cdot \pi}{\omega_1}$ - графік будується по 100 точках,



$$M_H := \frac{\omega_1}{2 \cdot \pi} \int_0^{\frac{2 \cdot \pi}{\omega_1}} M_{зр}(t) dt \quad M_H = -2.939 \cdot \text{кг} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{с}^{-2}$$

TOL := 10^{-1}

- середнє значення моменту $M_{зр}$ за один оберт кривошипа

4. Виведення таблиці значень реакцій R_{12x} , R_{12y}

$t := 0 \cdot c, \frac{2 \cdot \pi}{12 \cdot \omega_1} .. \frac{2 \cdot \pi}{\omega_1}$ - таблиця виводиться для 12-и положень:

$\phi_{1\text{град}}(t)$	$R_{12x}(t) \cdot \text{Н}^{-1}$	$R_{12y}(t) \cdot \text{Н}^{-1}$
0	239.348	81.676
30	138.657	115.713
60	49.522	128.309
90	- 0.844	134.051
120	- 75.742	81.769
150	- 32.648	75.789
180	- 177.847	- 61.311
210	- 252.78	- 150.127
240	- 184.537	- 174.574
270	10.444	- 139.72
300	246.158	- 48.73
330	414.697	84.737
360	239.348	81.676

§ 2. Розрахунок кривошипно-повзунного механізму двотактного двигуна внутрішнього згорання

Задача. Кривошипно-повзунний механізм двотактного двигуна внутрішнього згорання, кінематична схема якого зображена на рис.5.3, має наступні кінематичні і масо-інерційні характеристики: $l_1 = 0,07 \text{ м}$, $l_2 = 4,4l_1$ - довжини кривошипа і шатуна; $l_{s2} = 0,3l_2$ - відстань від точки A до центра мас шатуна; $m_2 = 1,2 \text{ кг}$, $m_3 = 4,5 \text{ кг}$ - маси шатуна і повзуна (поршня двигуна); $J_{s2} = 0,056 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$ - осьовий момент інерції шатуна відносно центральної осі, перпендикулярної площині руху; $d_3 = 0,13 \text{ м}$ - діаметр циліндра. На кривошип діє зрівноважуючий момент $M_{зп}$ і він обертається зі сталою кутовою швидкістю, здійснюючи $n = 2000 \text{ об/хв}$. Робочий цикл в циліндрі двигуна здійснюється за один оберт кривошипа. Залежність між тиском у циліндрі і положенням поршня задає індикаторна діаграма на рис.5.3.

Потрібно визначити, як функції від кута повороту кривошипа за час одного оберту наступні величини.

1. У вигляді графіків:

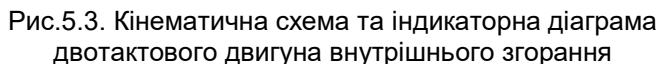
- кут повороту φ_2 , швидкість ω_2 і кутове прискорення ε_2 шатуна;
- бічний тиск на циліндр поршня - R_{30y} , зрівноважуючий момент $M_{зп}$ і його середнє значення за один оберт;

2. У вигляді таблиць для 24 положень:

- положення x_3 , швидкість v_{3x} і прискорення a_{3x} поршня;
- проекції R_{12x} , R_{12y} реакції в'язей в точці A .

Розв'язання задачі. Для кінематичного аналізу механізму використовуємо формули Гл.1, §3. З формули (1.23) знаходимо кут повороту шатуна - φ_2 , як функцію кута повороту кривошипа - φ_1

Це дає змогу однозначно визначити положення механізму в залежності від кута повороту кривошипа - φ_1 .



101

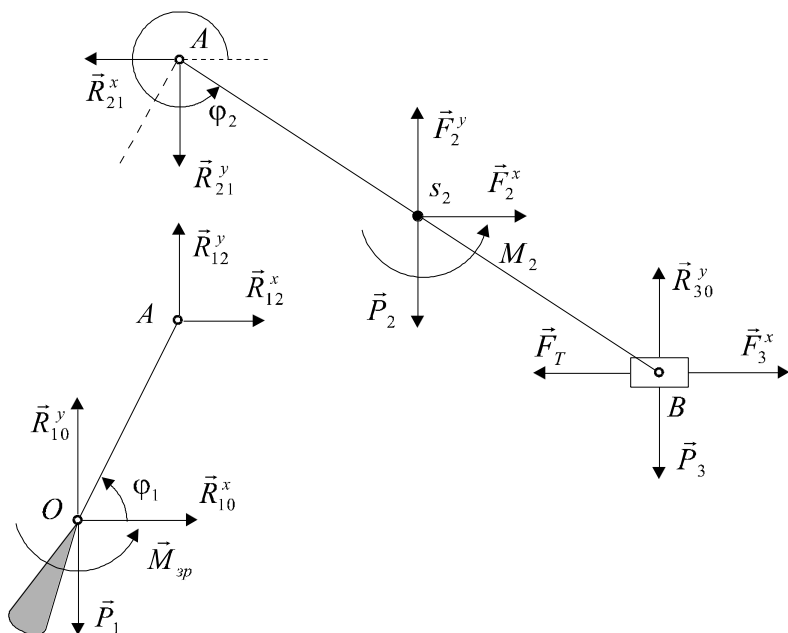


Рис.5.4. Схема силового розрахунку кривошипно-повзунного механізму двигуна

$$\begin{aligned} & (R_{30}^y - P_3) \cdot l_2 \cdot \cos \varphi_2 + (F_T - F_3^x) \cdot l_2 \cdot \sin \varphi_2 + \dots \\ & \dots + (F_2^y - P_2) \cdot l_{s2} \cdot \cos \varphi_2 - F_2^x \cdot l_{s2} \cdot \sin \varphi_2 + M_2 = 0, \end{aligned}$$

$$-R_{21}^x + F_2^x - F_T + F_3^x = 0,$$

$$-R_{21}^y + F_2^y - P_2 + R_{30}^y - P_3 = 0$$

- рівняння моментів відносно точки A і рівняння проекцій сил на координатні осі для групи Ассур II класу - ланок 2, 3;

$$M_{zp} - R_{12}^x \cdot l_1 \cdot \sin \varphi_1 + R_{12}^y \cdot l_1 \cdot \cos \varphi_1 = 0$$

- рівняння моментів відносно точка O для групи Ассур I класу - ланки 1. Нижче наводиться документ Mathcad для розв'язання задачі.

Документ Mathcad для розрахунку кривошипно-повзунного механізму двигуна

Етап 1. Кінематичний аналіз механізму

1. Задаємо базові і похідні одиниці вимірювання і розрахункові дані

$$m=1 \text{ m} \quad kg=1 \text{ kg} \quad s=1 \text{ s} \quad H=kg \cdot m \cdot s^{-2} \quad MPa=10^6 \cdot \frac{H}{m^2} \quad \omega=60 \cdot s$$

- одиниці вимірювання,

$$l_1 := 0.07 \text{ m} \quad l_2 := 4.4 \text{ m} \quad - \text{довжини ланок,}$$

$$l_{S2} := 0.3 \text{ m} \quad - \text{відстань до центра мас ланки 2,}$$

$$n := 2400 \text{ об/хв}^{-1} \quad - \text{кількість обертів кривошипа,}$$

$$\omega_1 := 2 \cdot \pi \cdot n \quad - \text{кутова швидкість обертання кривошипа,}$$

$$t := 0 \text{ s}, \frac{2 \cdot \pi}{100 \omega_1} \dots \frac{2 \cdot \pi}{\omega_1} \quad - \text{зміна для часу, що задана на інтервалі,} \\ \text{якому відповідає один оберт кривошипа.}$$

2. Положення кривошипа шатуна і повзуна

$$\phi_1(t) := \omega_1 \cdot t \quad - \text{кут повороту кривошипа,}$$

$$\phi_{1\text{град}}(t) := \phi_1(t) \cdot \frac{180}{\pi} \quad - \text{кут повороту кривошипа в градусах,}$$

$$\phi_2(t) := 2 \cdot \pi - \arcsin\left(\frac{l_1}{l_2} \cdot \sin(\phi_1(t))\right) \quad - \text{кут повороту шатуна,}$$

$$x_3(t) := -l_1 \cdot \cos(\phi_1(t)) + l_2 \cdot \cos(\phi_2(t)) \quad - \text{переміщення повзуна,}$$

$$x_{S2}(t) := -l_1 \cdot \cos(\phi_1(t)) + l_{S2} \cdot \cos(\phi_2(t)) \quad - \text{координати центра}$$

$$y_{S2}(t) := -l_1 \cdot \sin(\phi_1(t)) + l_{S2} \cdot \sin(\phi_2(t)) \quad \text{мас шатуна.}$$

3. Визначення кутових і лінійних швидкостей

$$\omega_2(t) := \frac{d}{dt} \phi_2(t) \quad - \text{кутова швидкість обертання шатуна,}$$

$$v_{3x}(t) := \frac{d}{dt} x_3(t) \quad - \text{швидкість повзуна,}$$

$$v_{S2x}(t) := \frac{d}{dt} x_{S2}(t) \quad v_{S2y}(t) := \frac{d}{dt} y_{S2}(t) \quad - \text{швидкість центра} \\ \text{мас шатуна.}$$

4. Визначення кутових і лінійних прискорень

$$\varepsilon_2(t) := \frac{d^2}{dt^2} \phi_2(t) \quad - \text{кутове прискорення шатуна,}$$

$$a_{3x}(t) := \frac{d^2}{dt^2} x_3(t) \quad - \text{прискорення повзуна,}$$

$$a_{S2x}(t) := \frac{d^2}{dt^2} x_{S2}(t) \quad a_{S2y}(t) := \frac{d^2}{dt^2} y_{S2}(t) \quad - \text{прискорення центра мас шатуна.}$$

Етап II. Дослідження динаміки механізму

1. Задаємо масо-інерційні характеристики механізму і визначаємо сили і моменти сил інерції і сили ваги

$$m_2 := 1.2 \cdot \text{кг} \quad m_3 := 4.5 \cdot \text{кг} \quad - \text{маси шатуна і повзуна,}$$

$$J_2 := 0.056 \cdot \text{кг} \cdot \text{м}^2 \quad - \text{осьовий момент інерції шатуна,}$$

$$F_{3x}(t) := -m_3 \cdot a_{3x}(t) \quad - \text{сила інерції повзуна,}$$

$$F_{2x}(t) := -m_2 \cdot a_{S2x}(t) \quad F_{2y}(t) := -m_2 \cdot a_{S2y}(t) \quad - \text{сила інерції шатуна,}$$

$$M_2(t) := -J_2 \cdot \varepsilon_2(t) \quad - \text{момент інерції шатуна,}$$

$$P_2 := m_2 \cdot g \quad P_3 := m_3 \cdot g \quad - \text{сили ваги повзуна і шатуна,}$$

2. Визначаємо силу тиску на поршень

$$d_3 := 0.13 \cdot \text{м} \quad - \text{діаметр поршня,} \quad F_{\Pi} := \pi \cdot \frac{d_3^2}{4} \quad - \text{його площа,}$$

$$s1 := \begin{bmatrix} 0 \cdot \text{м} \\ \frac{1}{3} \cdot 2 \cdot l_1 \\ \frac{2}{3} \cdot 2 \cdot l_1 \\ 2 \cdot l_1 \end{bmatrix} \quad ps1 := \begin{bmatrix} 3.8 \\ 2.0 \\ 0.8 \\ 0 \end{bmatrix} \quad s2 := \begin{bmatrix} 0 \cdot \text{м} \\ \frac{1}{3} \cdot 2 \cdot l_1 \\ \frac{2}{3} \cdot 2 \cdot l_1 \end{bmatrix} \quad ps2 := \begin{bmatrix} 1.5 \\ 0.5 \\ 0 \end{bmatrix}$$

- вузли інтерполяції на ділянках 1, 2,

$P1(x) := \text{interp}(\text{pspline}(s1, ps1), s1, ps1, x)$

- інтерполяція на ділянці 1,

$P2(x) := \text{interp}(\text{pspline}(s2, ps2), s2, ps2, x)$

- інтерполяція на ділянці 2,

$\phi := 0, \frac{2\pi}{100} \dots 2\pi$ - кут повороту кривошипа,

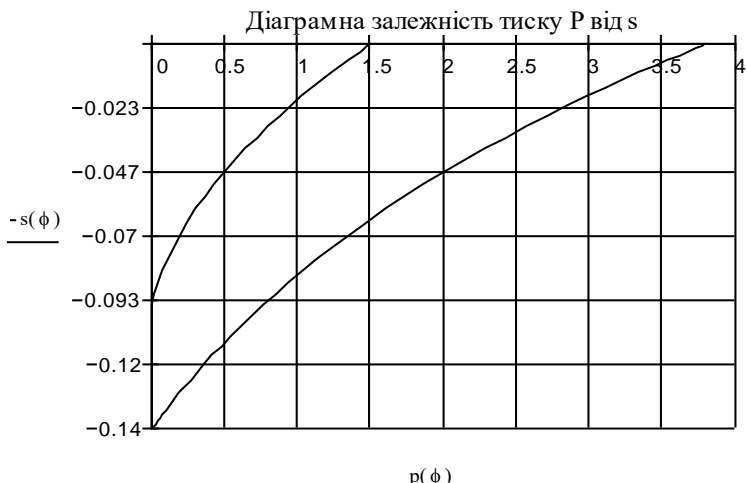
$\psi(\phi) := -2\pi - \text{asin}\left(\frac{l_1}{l_2} \cdot \sin(\phi)\right)$ - кут повороту шатуна,

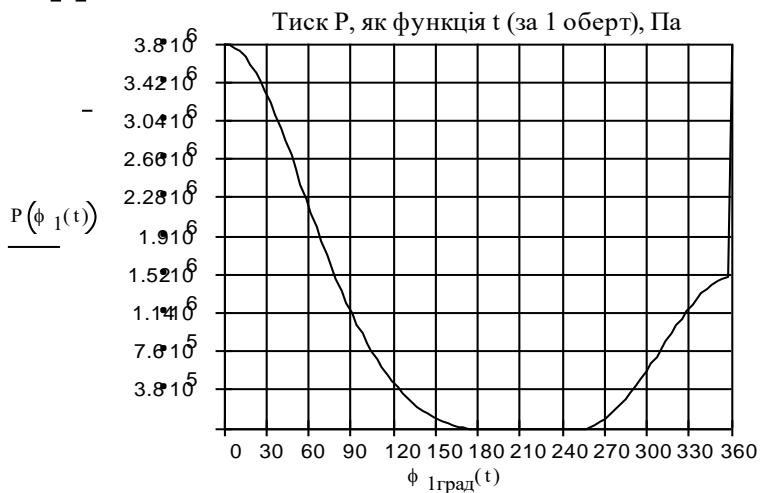
$s(\phi) := -l_1 \cdot (1 - \cos(\phi)) + l_2 \cdot (1 - \cos(\psi(\phi)))$ - величина виходу поршня з циліндра,

$y := 4.0$ given $s(y) = \frac{4}{6} \cdot 2 \cdot l_1$ find(y) = 4.48643

$p(\phi) := \begin{cases} P1(s(\phi)) & \text{if } 0 \leq \phi < \pi \\ 0 & \text{if } \pi \leq \phi < 4.48643 \\ P2(s(\phi)) & \text{if } 4.48643 \leq \phi < 2\pi \\ p(\phi - 2\pi) & \text{if } \phi \geq 2\pi \\ p(\phi + 2\pi) & \text{if } \phi < 0 \end{cases}$ - тиск, як безрозмірна періодична функція від кута повороту кривошипа,

$P(\phi) := \text{МПа} \cdot p(\phi)$ - тиск в Паскалях,





$$F_T(t) := P(\phi_1(t)) \cdot F_{\Pi} \quad - \text{сила тиску на поршень.}$$

3. Визначення зрівноважуючого моменту і реакцій в'язей

$$R_{30y}(t) := P_3 - \frac{\left[M_2(t) - F_{2x}(t) \cdot l_{S2} \cdot \sin(\phi_2(t)) \dots \right.}{l_2 \cdot \cos(\phi_2(t))}$$

- сила тиску напрямної на циліндр,

$$R_{12x}(t) := F_{2x}(t) - F_T(t) + F_{3x}(t)$$

$$R_{12y}(t) := F_{2y}(t) - P_2 + R_{30y}(t) - P_3$$

- складові сили взаємодії між кривошипом і шатуном,

$$M_{3p}(t) := R_{12x}(t) \cdot l_1 \cdot \sin(\phi_1(t)) - R_{12y}(t) \cdot l_1 \cdot \cos(\phi_1(t))$$

- зрівноважуючий момент.

Етап III. Вивід графіків і таблиць величин, що визначаються

1. Графіки кінематичних величин



2-Вивід таблиць значень кінематичних величин

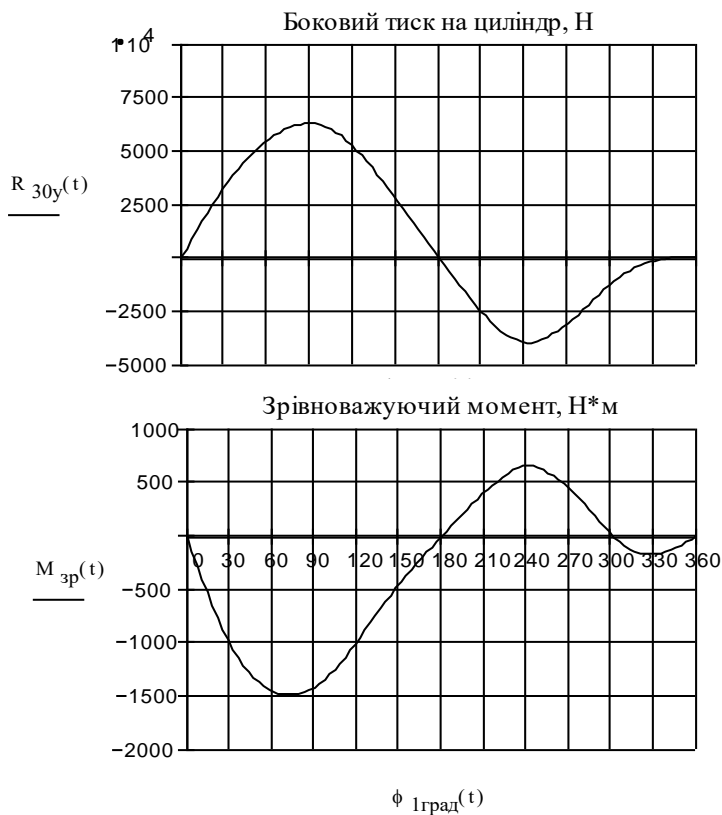
$t := 0 \cdot c, \frac{2 \cdot \pi}{24 \cdot \omega_1} .. \frac{2 \cdot \pi}{\omega_1}$ - таблиця виводиться для 24-х положень механізму,

$\phi_{1 \text{ град}}(t)$	$x_3(t) \cdot m^{-1}$	$v_{3x}(t) \cdot m^{-1} \cdot c$	$a_{3x}(t) \cdot m^{-1} \cdot c^2$
0	0.378	0	- 5426.6
15	0.375	- 5.55	- 5146
30	0.367	- 10.54	- 4344.9
45	0.353	- 14.47	- 3140
60	0.337	- 17	- 1708.6
75	0.319	- 18.02	- 255.8
90	0.3	- 17.59	1031.9
105	0.282	- 15.97	2032.9
120	0.267	- 13.47	2712.9
135	0.254	- 10.41	3113
150	0.245	- 7.05	3313.6
165	0.24	- 3.55	3395.9
180	0.238	0	3416.7
195	0.24	3.55	3395.9
210	0.245	7.05	3313.6
225	0.254	10.41	3113
240	0.267	13.47	2712.9
255	0.282	15.97	2032.9
270	0.3	17.59	1031.9
285	0.319	18.02	- 255.8
300	0.337	17	- 1708.6
315	0.353	14.47	- 3140
330	0.367	10.54	- 4344.9
345	0.375	5.55	- 5146
360	0.378	0	5426.5

3.- Вивід графіків силового розрахунку механізму

$t := 0 \text{ с}, \frac{2 \cdot \pi}{100 \cdot \omega_1} .. \frac{2 \cdot \pi}{\omega_1}$ - графік будується по 100-а точках,

$n = 40 \text{ с}^{-1}$ - кількість обертів кривошипа,



$$M_H := \frac{\omega_1}{2 \cdot \pi} \cdot \int_0^{\frac{2 \cdot \pi}{\omega_1}} M_{3p}(t) dt \quad M_H = -336 \text{ кг} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{с}^{-2}$$

- середнє значення зрівноважуючого моменту за один оберт кривошипа.

4.-Вивід таблиць значень реакцій в'язей

$t := 0 \cdot c, \frac{2 \cdot \pi}{24 \cdot \omega} \dots \frac{2 \cdot \pi}{\omega}$ - таблиця виводиться для 24-х положень механізму

$\phi \text{ } 1_{\text{град}}(t)$	$R_{12x}(t) \cdot H^{-1}$	$R_{12y}(t) \cdot H^{-1}$
0	- 20350.7	- 8.2
15	- 20094.2	2718.2
30	- 19487.9	5173.7
45	- 18929.5	7184.8
60	- 18815.4	8687.9
75	- 19308.9	9653.1
90	- 20141.3	9983.8
105	- 20828.5	9562.4
120	- 21088.2	8398.6
135	- 20979	6663.3
150	- 20691	4575.5
165	- 20424.4	2314.9
180	- 20319.2	- 8.2
195	- 20091.5	- 2311.7
210	- 19320.4	- 4435.2
225	- 17755.6	- 6154.9
240	- 15042	- 7201.2
255	- 10841.3	- 7331.6
270	- 6456.6	- 6806.6
285	- 1963.4	- 5766.5
300	2272.4	- 4471
315	5774.6	- 3178.9
330	8269.2	- 2015.4
345	9711.8	- 978.4
360	10177	8.2

§ 3. Розрахунок кривошипно-повзунного механізму чотиритактного двигуна внутрішнього згорання

Задача. Провести кінематичний і силовий розрахунок чотиритактного двигуна внутрішнього згорання. Індикаторна діаграма двигуна задана на рис. 5.5. Розрахункові дані наступні:

$l_1=0,036$ м - довжина кривошипа;

$l_2=0,124$ м - довжина шатуна,

$m_2=1,2$ кг - маса шатуна,

$l_{s2}=0,35l_2$ - відстань до центра мас шатуна з боку кривошипа,

$J_2=0,17m_2l_2^2$ - осьовий момент інерції шатуна;

$m_3=2,5$ кг - маса поршня,

$d_3=0,08$ м - діаметр поршня;

$n=5600$ об/хв - кількість обертів кривошипа за хвилину.

Потрібно визначити, як функції кута повороту кривошипа за робочий цикл наступні величини.

1. У вигляді графіків:

- кут повороту φ_2 , кутову швидкість ω_2 і кутове прискорення ε_2 шатуна (за один оберт кривошипа);
- бічний тиск на циліндр поршня - R_{30y} ;
- зрівноважуючий момент M_{zp} , його середнє значення за один цикл і потужність двигуна N ;
- реактивну силу взаємодії між кривошипом і шатуном R_{12} ;

2. У вигляді таблиць для 24 положень:

- положення x_3 , швидкість v_{3x} і прискорення a_{3x} поршня;
- R_{12} , R_{12x} , R_{12y} - реактивну силу взаємодії між кривошипом і шатуном разом з проекціями;

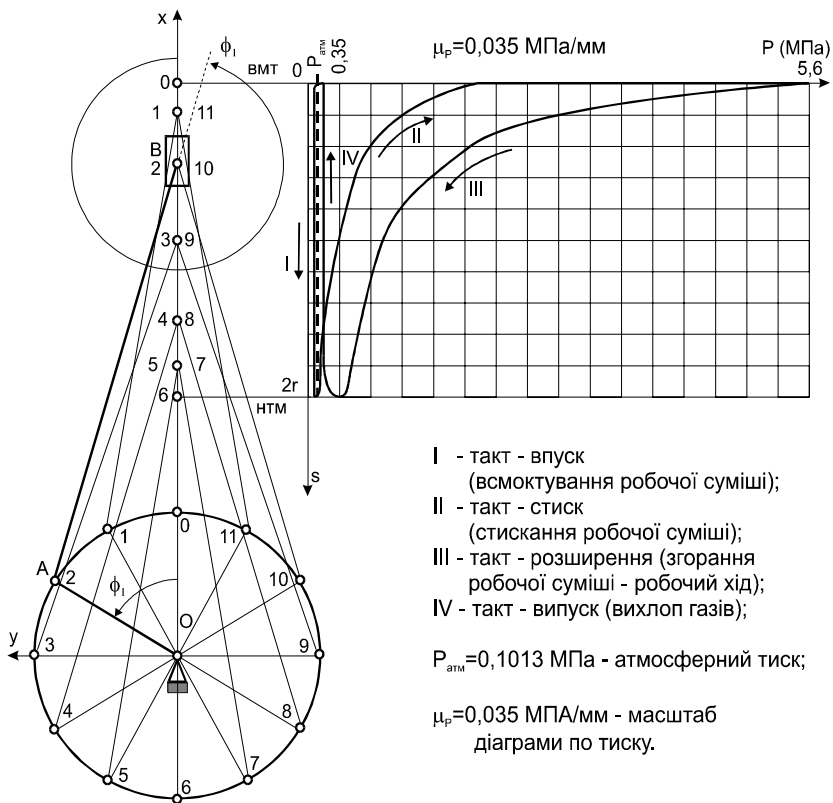


Рис.5.5. Кінематична схема та індикаторна діаграма чотиритактового двигуна внутрішнього згорання

Задача розв'язується у тій же послідовності, що і попередня. Відміни з'являються тільки у блоці інтерполяції кривих індикаторної діаграми. Нижче наводиться документ Mathcad з розв'язання задачі.

Документ Mathcad для розрахунку чотирьох- тактного двигуна внутрішнього згорання

Етап 1. Кінематичний аналіз механізму

1.1. Задаємо базові і похідні одиниці вимірювання і
розрахункові дані

$$m=1 \text{ т} \quad \kappa z=1 \text{ кг} \quad c=1 \text{ с} \quad H=\kappa z \cdot m \cdot c^{-2} \quad \text{МПа}=10^6 \cdot \frac{H}{\text{м}^2} \quad \kappa \varphi=60 \cdot c$$

- одиниці вимірювання,

$$l_1 := 0.036 \cdot \text{м} \quad l_2 := 0.124 \cdot \text{м} \quad \text{- довжини ланок,}$$

$$l_{S2} := 0.35 \cdot l_2 \quad \text{- відстань до центра мас ланки 2,}$$

$$n := 5600 \cdot \kappa \varphi^{-1} \quad \text{- кількість обертів кривошипа,}$$

$$\omega_1 := 2 \cdot \pi \cdot n \quad \text{- кутова швидкість обертання кривошипа,}$$

$$t := 0 \cdot c, \frac{4 \cdot \pi}{100 \cdot \omega_1} .. \frac{4 \cdot \pi}{\omega_1}$$

- зміна для часу, що задана на інтервалі, якому відповідає два
оберти кривошипа.

1.2. Положення кривошипа шатуна і поршня

$$\phi_1(t) := \omega_1 \cdot t \quad \text{- кут повороту кривошипа,}$$

$$\phi_{1grad}(t) := \phi_1(t) \cdot \frac{180}{\pi} \quad \text{- кут повороту кривошипа в градусах,}$$

$$\phi_2(t) := 2 \cdot \pi - \text{asin} \left(\frac{l_1}{l_2} \cdot \sin(\phi_1(t)) \right) \quad \text{- кут повороту шатуна,}$$

$$x_3(t) := l_1 \cdot \cos(\phi_1(t)) + l_2 \cdot \cos(\phi_2(t)) \quad \text{- переміщення поршня,}$$

$$x_{S2}(t) := l_1 \cdot \cos(\phi_1(t)) + l_{S2} \cdot \cos(\phi_2(t))$$

$$y_{S2}(t) := l_1 \cdot \sin(\phi_1(t)) + l_{S2} \cdot \sin(\phi_2(t))$$

- координати центра мас шатуна.

1.3. Визначення кутових і лінійних швидкостей

$$\omega_2(t) := \frac{d}{dt} \phi_2(t) \quad \text{- кутова швидкість обертання шатуна,}$$

$$v_{3x}(t) := \frac{d}{dt} x_3(t) \quad - \text{швидкість поршня,}$$

$$v_{S2x}(t) := \frac{d}{dt} x_{S2}(t) \quad v_{S2y}(t) := \frac{d}{dt} y_{S2}(t)$$

- швидкість центра мас шатуна.

1.4. Визначення кутових і лінійних прискорень

$$\varepsilon_2(t) := \frac{d^2}{dt^2} \phi_2(t) \quad - \text{кутове прискорення шатуна,}$$

$$a_{3x}(t) := \frac{d^2}{dt^2} x_3(t) \quad - \text{прискорення поршня,}$$

$$a_{S2x}(t) := \frac{d^2}{dt^2} x_{S2}(t) \quad a_{S2y}(t) := \frac{d^2}{dt^2} y_{S2}(t)$$

- прискорення центра мас шатуна.

Етап II. Дослідження динаміки механізму

2.1. Задаємо масо-інерційні характеристики механізму і визначаємо сили і моменти сил інерції і сили ваги

$$m_2 := 1.2 \cdot \text{кг} \quad m_3 := 2.5 \cdot \text{кг} \quad - \text{маси шатуна і поршня,}$$

$$J_2 := 0.17 \cdot m_2 \cdot l_2^2 \quad - \text{осьовий момент інерції шатуна,}$$

$$F_{3x}(t) := -m_3 \cdot a_{3x}(t) \quad - \text{сила інерції поршня,}$$

$$F_{2x}(t) := -m_2 \cdot a_{S2x}(t) \quad F_{2y}(t) := -m_2 \cdot a_{S2y}(t)$$

- сила інерції шатуна,

$$M_2(t) := -J_2 \cdot \varepsilon_2(t) \quad - \text{момент інерції шатуна,}$$

$$P_2 := -m_2 \cdot g \quad P_3 := -m_3 \cdot g \quad - \text{сили ваги поршня і шатуна,}$$

2.2. Визначаємо силу тиску на поршень

$$d_3 := 0.08 \cdot \text{м} \quad - \text{діаметр поршня,} \quad F_n := \pi \cdot \frac{d_3^2}{4} \quad - \text{його площа,}$$

$$P_{max} := 5.6 \cdot \text{МПа} \quad - \text{найбільший тиск на індикаторній діаграмі.}$$

$\rho := \frac{P_{max}}{MPa}$ - безрозмірний тиск для проведення інтерполяції.		
$\rho_{atm} := 0.1013$ - безрозмірний атмосферний тиск.		
$s1 := 2 \cdot l \cdot \rho$		
$s2 := 2 \cdot l \cdot \rho$		
$s3 := 2 \cdot l \cdot \rho$		
$ps1 := \rho \cdot$		
$ps2 := \rho \cdot$		
$ps3 := \rho \cdot$		
$s4 := 2 \cdot l \cdot \rho$		
$ps4 := \rho \cdot$		
- вузли інтерполяції на ділянках 1-4. Інтерполяція:		

$P1(x) := \text{interp}(\text{pspline}(s1, ps1), s1, ps1, x)$ - на ділянці 1,

$P2(x) := \text{interp}(\text{pspline}(s2, ps2), s2, ps2, x)$ - на ділянці 2,

$P3(x) := \text{interp}(\text{pspline}(s3, ps3), s3, ps3, x)$ - на ділянці 3,

$P4(x) := \text{interp}(\text{pspline}(s4, ps4), s4, ps4, x)$ - на ділянці 4,

$\phi := 0, \frac{4 \cdot \pi}{100} \dots 4 \cdot \pi$ - кут повороту кривошипа за 1 цикл,

$\psi(\phi) := 2 \cdot \pi - \text{asin}\left(\frac{l_1}{l_2} \cdot \sin(\phi)\right)$ - кут повороту шатуна,

$s(\phi) := -l_1 \cdot (1 - \cos(\phi)) + l_2 \cdot (1 - \cos(\psi(\phi)))$

- величина виходу поршня з циліндра,

$p(\phi) := P1(s(\phi))$ if $0 \leq \phi < \pi$

$P2(s(\phi))$ if $\pi \leq \phi < 2 \cdot \pi$

$P3(s(\phi))$ if $2 \cdot \pi \leq \phi < 3 \cdot \pi$

$P4(s(\phi))$ if $3 \cdot \pi \leq \phi < 4 \cdot \pi$

$p(\phi - 4 \cdot \pi)$ if $\phi \geq 4 \cdot \pi$

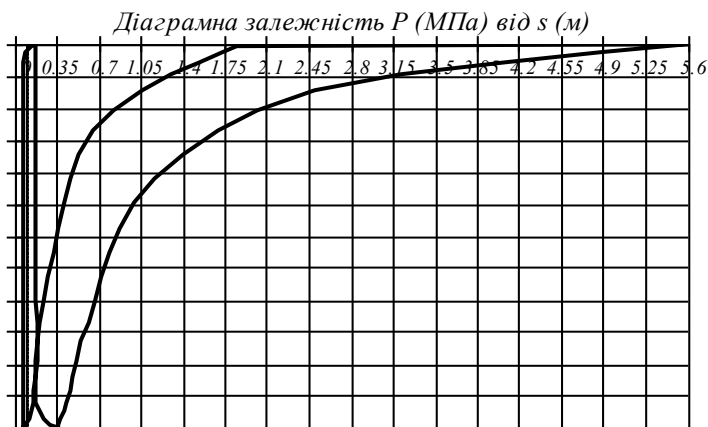
$p(\phi + 4 \cdot \pi)$ if $\phi < 0$

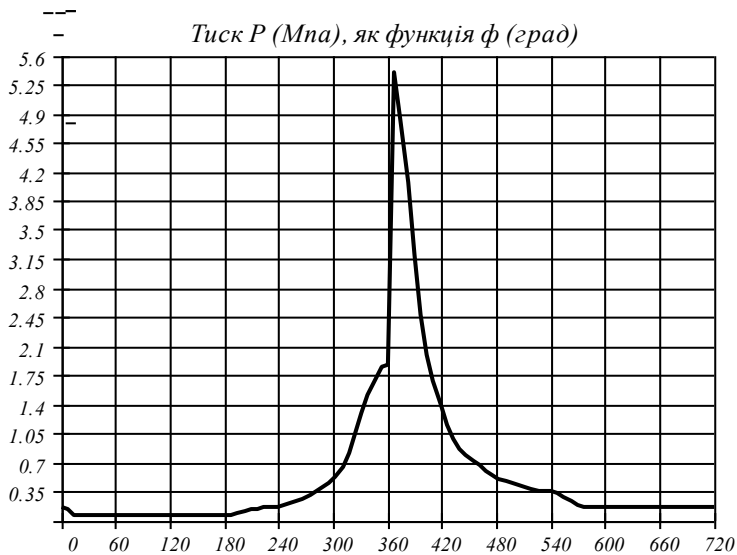
- тиск, як безрозмірна
4 π періодична функція
кута повороту
кривошипа,

$P(\phi) := p(\phi) \cdot \text{МПа}$ - тиск в МПа,

$P_{\text{атм}} := 0.1013 \cdot \text{МПа}$ - атмосферний тиск.

Перевіряємо вірність інтерполяції, для чого будуємо індикаторну діаграму і графік залежності тиску від кута повороту кривошипа.





$$F_m(t) := (P(\phi_{I(t)}) - P_{atm}) \cdot F_n \quad - \text{ сила тиску на поршень.}$$

2.3. Визначення зрівноважуючого моменту і реакцій в'язей

$$R_{30y}(t) := P_3 - \frac{\left[M_{2(t)} - F_{2x}(t) \cdot l_{S2} \cdot \sin(\phi_{2(t)}) \dots \right.}{l_{2 \cdot \cos(\phi_{2(t)})} \left. + (F_m(t) - F_{3x}(t)) \cdot l_{2 \cdot \sin(\phi_{2(t)})} \dots + (F_{2y}(t) - P_2) \cdot l_{S2} \cdot \cos(\phi_{2(t)}) \right]}$$

- сила тиску прямої на циліндр,

$$R_{I2x}(t) := F_{2x}(t) - F_m(t) + F_{3x}(t)$$

$$R_{I2y}(t) := F_{2y}(t) - P_2 + R_{30y}(t) - P_3$$

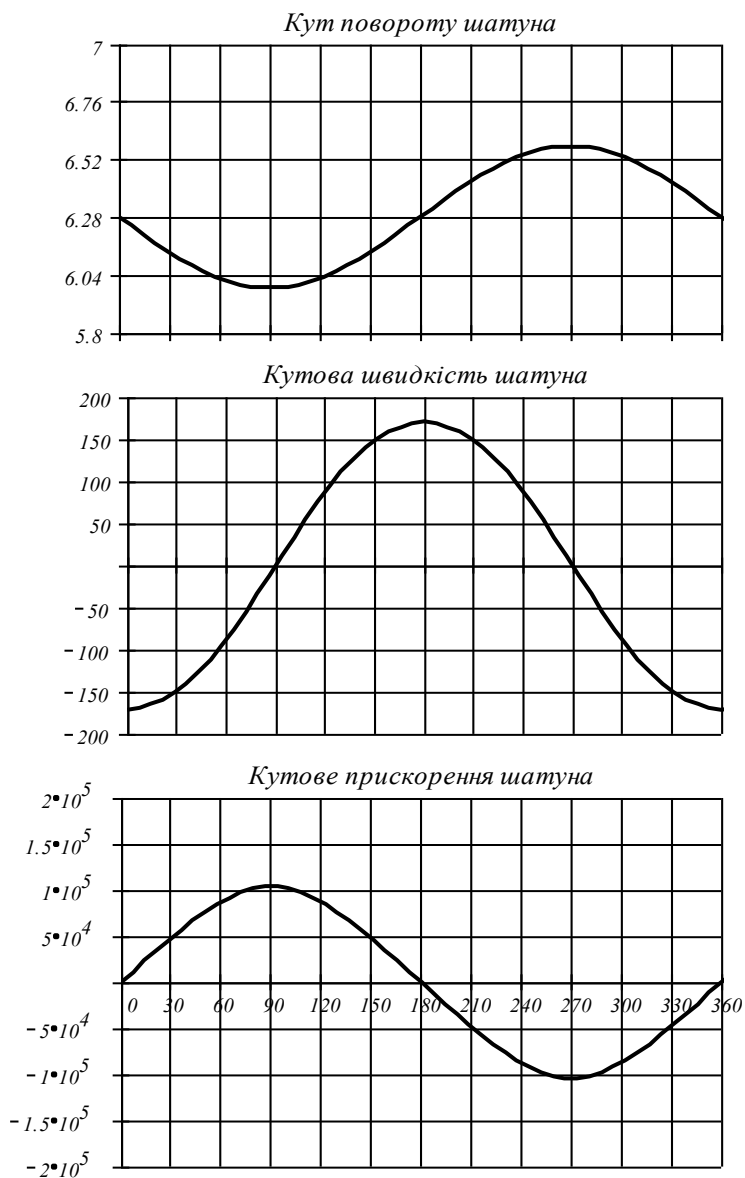
$$R_{I2}(t) := \sqrt{R_{I2x}(t)^2 + R_{I2y}(t)^2}$$

- складові і повна сила взаємодії між кривошипом і шатуном,

$$M_{3p}(t) := R_{I2x}(t) \cdot l_I \cdot \sin(\phi_{I(t)}) - R_{I2y}(t) \cdot l_I \cdot \cos(\phi_{I(t)})$$

- зрівноважуючий момент.

Етап III. Вивід графіків і таблиць величин, що визначаються
 3.1. Графіки кінематичних величин за один оберт кривошипа



3.2. Вивід таблиць значень кінематичних величин

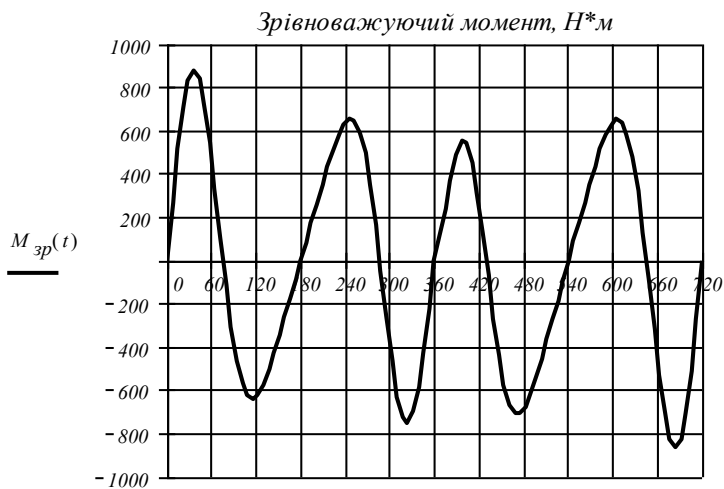
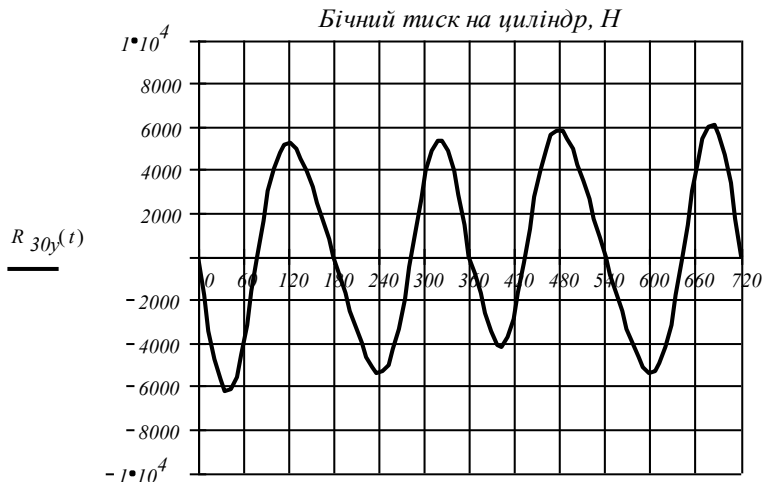
$t := 0 \cdot c, \frac{4 \cdot \pi}{24 \cdot \omega_1} .. \frac{4 \cdot \pi}{\omega_1}$ - таблиця виводиться для 24-х положень механізму за один цикл,

ϕ град(t)	$x_3(t)$ м	$v_{3x}(t)$ $\left(\frac{м}{с}\right)$	$a_{3x}(t)$ $\left(\frac{м}{с^2}\right)$
0	0.16	0	- 15974.8
30	0.154	- 13.24	- 12596.8
60	0.138	- 21.03	- 4396.1
90	0.119	- 21.11	3756.1
120	0.102	- 15.54	7984.4
150	0.092	- 7.87	8846.7
180	0.088	0	8786.1
210	0.092	7.87	8846.7
240	0.102	15.54	7984.4
270	0.119	21.11	3756.1
300	0.138	21.03	- 4396.1
330	0.154	13.24	- 12596.8
360	0.16	0	- 15974.8
390	0.154	- 13.24	- 12596.8
420	0.138	- 21.03	- 4396.1
450	0.119	- 21.11	3756.1
480	0.102	- 15.54	7984.7
510	0.092	- 7.87	8846.7
540	0.088	0	8786.1
570	0.092	7.87	8846.7
600	0.102	15.54	7984.4
630	0.119	21.11	3756.1
660	0.138	21.03	- 4396.1
690	0.154	13.24	- 12596.8
720	0.16	0	15974.8

3.3. Вивід графіків силового розрахунку механізму

$t := 0 \cdot c, \frac{4 \cdot \pi}{100 \cdot \omega} \dots \frac{4 \cdot \pi}{\omega} \frac{1}{1}$ - графік будується по 100-а точках,

$n = 93.333 \cdot c^{-1}$ - кількість обертів кривошипа,



$\phi_{12pao}(t)$

$$M_H = -\frac{\omega}{4 \cdot \pi} \cdot \int_0^{\frac{4 \cdot \pi}{\omega}} M_{3p}(t) dt \quad M_H = -19.54 \cdot \text{кг} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{с}^{-2}$$

- середнє значення зрівноважуючого моменту за один цикл.

Середня за цикл потужність двигуна N :

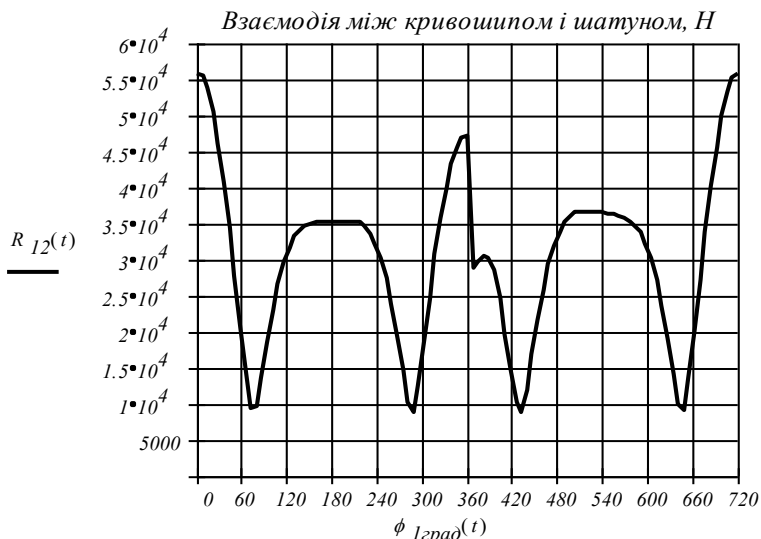
$$|M_H \cdot \omega| = 1.146 \cdot 10^4 \cdot \text{кг} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{с}^{-3}$$

Для перевірки потужності визначаємо N через силу тиску на поршень F_m і швидкість поршня v_{3x} :

$$N = \frac{\omega}{4 \cdot \pi} \cdot \int_0^{\frac{4 \cdot \pi}{\omega}} v_{3x}(t) \cdot F_m(t) dt = 1.146 \cdot 10^4 \cdot \text{кг} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{с}^{-3}$$

- тут використано, що єдиним джерелом енергії є сила тиску газів на поршень двигуна і тому середню потужність можна обчислити по потужності цієї сили.

Виводимо графік реакції у точці з'єднання кривошипа з шатуном



3.4. Вивід таблиць значень реакцій в'язей

$$t := 0 \cdot c, \frac{4 \cdot \pi}{24 \cdot \omega} \dots \frac{4 \cdot \pi}{\omega} \cdot 1$$

- таблиця виводиться для 24-х положень механізму

ϕ $12 \text{rad}(t)$	$R_{12x}(t)$	$R_{12y}(t)$	$R_{12}(t)$
	H	H	H
0	55932.6	- 7.6	55932.6
30	45286.2	- 1004.6	45297.3
60	17820.3	4208.4	18310.5
90	- 10814.1	11997.1	16151.6
120	- 27972	13595.4	31101
150	- 34032.3	8178.7	35001.3
180	- 35154.9	- 7.6	35154.9
210	- 34384.7	- 8245.7	35359.5
240	- 28541.2	- 13758.6	31684.3
270	- 11953.4	- 12358	17193.1
300	15676.6	- 4780.6	16389.3
330	39330.2	115.5	39330.3
360	28663.5	- 7.6	28663.5
390	30183.4	1211.2	30207.7
420	11594.1	5825.8	12975.5
450	- 14244.6	13037.9	19310.5
480	- 30250.9	14187.4	33412.6
510	- 35738.6	8429	36719.1
540	- 36562.3	- 7.6	36562.3
570	- 34663.8	- 8286.5	35640.5
600	- 28540.6	- 13758.4	31683.8
630	- 11335.9	- 12170.7	16632.2
660	17294.4	- 4360.4	17835.6
690	44772.3	913.9	44781.6
720	55932.6	7.6	55932.6

§ 4. Розрахунок кулісного механізму

Задача. Кулісний механізм, кінематична схема якого зображена на рис.5.6, а, має наступні кінематичні і масо-інерційні характеристики: $l_0 = 0,5 \text{ м}$, $l_1 = 0,26 \text{ м}$, $l_3 = 0,9 \text{ м}$, - довжини ланок; $l_{S3} = 0,5 \cdot l_3$, - відстань від точки B до центра мас ланки 3; $m_3 = 32 \text{ кг}$ - маса, $J_{S3} = 0,1 \cdot m_3 \cdot l_3^2$ - осьовий момент інерції куліси. Кривошип 1 обертається навколо точки O зі сталою кутовою швидкістю $\omega_1 = 10 \cdot \pi \frac{\text{рад}}{\text{с}}$, і на нього діє зрівноважуючий момент $M_{зр}$. На кулісу 3 діє стала горизонтальна сила $P_{nc} = 5000 \text{ Н}$, яка зникає, коли куліса рухається в напрямку сили. Кривошип – зрівноважений, маса кулісного каменя незначна.

Потрібно визначити, як функції кута повороту кривошипу, наступні величини.

3. У вигляді графіків:

- координати x_{S2} , y_{S3} , проекції швидкості v_{S2x} , v_{S3y} і прискорення a_{S2x} , a_{S3y} центру мас куліси;
 - зрівноважуючий момент $M_{зр}$ і його середнє значення.
4. У вигляді таблиць для 12-и положень механізму:
- кут повороту φ_3 , кутову швидкість ω_3 і прискорення ε_3 куліси;
 - проекції R_{30x} , R_{30y} реакції в'язей в точці B .

Розв'язання задачі. Для кінематичного аналізу механізму використовуємо формули п.1.4. З формул (1.34) і (1.35) знаходимо кут φ_3 повороту куліси, як функцію кута φ_1 :

$$l(\varphi_1) = \sqrt{l_0^2 + l_1^2 + 2 \cdot l_0 \cdot l_1 \cdot \sin \varphi_1},$$

$$\varphi_3(\varphi_1) = \arccos \left(\frac{l_1}{l(\varphi_1)} \cdot \cos \varphi_1 \right).$$

Це дає можливість визначити положення механізму і решту кінематичних величин, як функцію кута φ_1 .

Для силового аналізу механізму побудована розрахункова схема, зображена на рис.5.6, б.

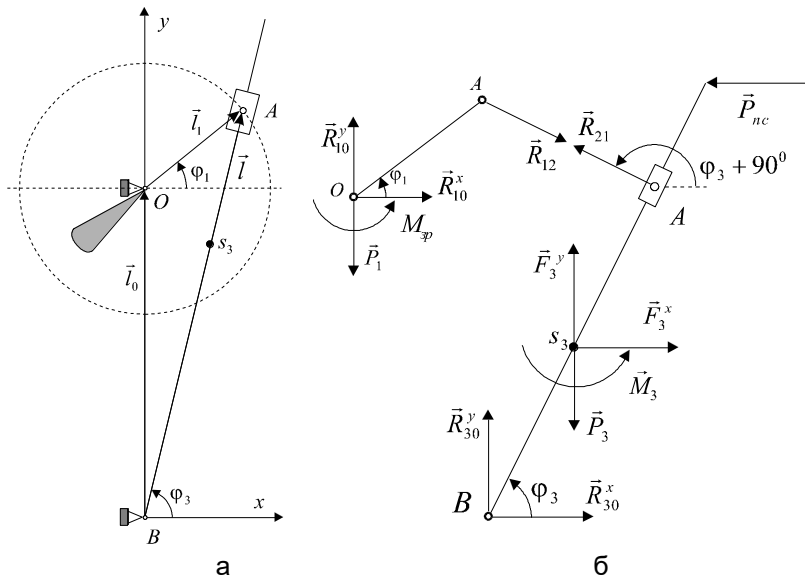


Рис.5.6. Схеми для розрахунків кулісного механізму: а – кінематичного; б – силового

З її використанням одержуємо рівняння рівноваги для куліси з каменем:

$$\begin{aligned} & (F_3^y - P_3) \cdot l_{s3} \cdot \cos \varphi_3 - F_3^x \cdot l_{s3} \cdot \sin \varphi_3 + M_3 + \dots \\ & \dots + P_{nc} \cdot l_3 \cdot \sin \varphi_3 + R_{21} \cdot l = 0, \\ & R_{30}^x + F_3^x - R_{21} \sin \varphi_3 - P_{nc} = 0, \\ & R_{30}^y + F_3^y - P_3 + R_{21} \cdot \cos \varphi_3 = 0. \end{aligned}$$

Перше рівняння – моментів, складене відносно точки B . Решта це рівняння проєкцій всіх сил на координатні осі.

Для кривошипа складаємо рівняння моментів відносно точки O

$$M_{\text{сп}} - R_{12} \cdot l_1 \cdot \cos(\varphi_3 - \varphi_1).$$

Оскільки маса кулісного каменя незначна і не враховується, то $\vec{R}_{12} = \vec{R}_{23}$, що використано при визначенні напрямку \vec{R}_{12} .

Нижче наводиться документ Mathcad для розв'язання задачі.

Документ Mathcad для розрахунку кулісного механізму

Етап I. Кінематичний аналіз механізму

1. Задаємо базові і похідні одиниці вимірювання і розрахункові дані

$m=1 \text{ m}$ $kg=1 \text{ kg}$ $s=1 \text{ s}$ $N=kg \cdot m \cdot s^{-2}$ - одиниці вимірювання,

$l_0 := 0.5 \cdot m$ $l_1 := 0.26 \cdot m$ $l_3 := 0.9 \cdot m$ - довжини ланок,

$l_{S3} := 0.5 \cdot l_3$ - відстань від т. В до центра мас ланки 3,

$\omega_1 := 10 \cdot \pi \cdot s^{-1}$ - кутова швидкість обертання кривошипа,

$t := 0 \cdot s, \frac{2 \cdot \pi}{100 \cdot \omega_1} \dots \frac{2 \cdot \pi}{\omega_1}$ - змінна для часу: задана на інтервалі, за який кривошип здійснює один оберт.

2. Визначаємо положення механізму, координати центра мас куліси

$\phi_1(t) := \omega_1 \cdot t$ - кут повороту кривошипа,

$l(t) := \sqrt{l_0^2 + l_1^2 + 2 \cdot l_0 \cdot l_1 \cdot \sin(\phi_1(t))}$ - відстань BA,

$\phi_3(t) := \arccos\left(\frac{l_1}{l(t)} \cdot \cos(\phi_1(t))\right)$ - кут повороту куліси,

$x_{S3}(t) := l_{S3} \cdot \cos(\phi_3(t))$ $y_{S3}(t) := l_{S3} \cdot \sin(\phi_3(t))$

- координати центра мас куліси.

3. Визначаємо лінійні і кутові швидкості

$\omega_3(t) := \frac{d}{dt} \phi_3(t)$ - кутова швидкість куліси,

$v_{S3x}(t) := \frac{d}{dt} x_{S3}(t)$ $v_{S3y}(t) := \frac{d}{dt} y_{S3}(t)$ - проекції швидкості центра мас куліси.

4. Визначаємо лінійні і кутові прискорення

$\varepsilon_3(t) := \frac{d^2}{dt^2} \phi_3(t)$ - кутове прискорення куліси,

$a_{S3x}(t) := \frac{d^2}{dt^2} x_{S3}(t)$ $a_{S3y}(t) := \frac{d^2}{dt^2} y_{S3}(t)$ - проекції прискорення центра мас куліси

— — Этап II. Силовий аналіз механізму

1. Задаємо масо-інерційні характеристики механізму і визначаємо сили та моменти сил інерції і сили ваги

$$m_3 := 32 \text{ кг} \quad J_3 := 0.1 \cdot m_3 \cdot l_3^2 \quad P_3 := m_3 \cdot g \quad - \text{ сила ваги куліси,}$$

$$F_{3x}(t) := -m_3 \cdot a_{S3x}(t) \quad F_{3y}(t) := -m_3 \cdot a_{S3y}(t) \quad - \text{ сили інерції,}$$

$$M_3(t) := -J_3 \cdot \varepsilon_3(t) \quad - \text{ момент сил інерції,}$$

$$P_{\text{пс}}(t) := 5000 \cdot \text{if}(\phi_3(t) > 0, 0, 1) \cdot \text{Н} \quad - \text{ сила, що діє на кулісу.}$$

2. Визначаємо зрівноважуючий момент і реакції в'язей

$$R_{21}(t) := \frac{- \left[(F_{3y}(t) - P_3) \cdot l_{S3} \cdot \cos(\phi_3(t)) - F_{3x}(t) \cdot l_{S3} \cdot \sin(\phi_3(t)) \dots \right. \\ \left. + P_{\text{пс}}(t) \cdot l_3 \cdot \sin(\phi_3(t)) + M_3(t) \right]}{l(t)}$$

$$R_{30x}(t) := P_{\text{пс}}(t) - F_{3x}(t) + R_{21}(t) \cdot \sin(\phi_3(t))$$

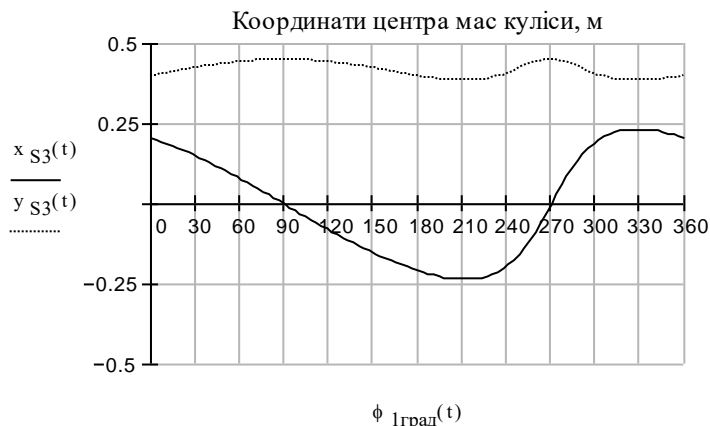
$$R_{30y}(t) := P_3 - R_{21}(t) \cdot \cos(\phi_3(t)) - F_{3y}(t)$$

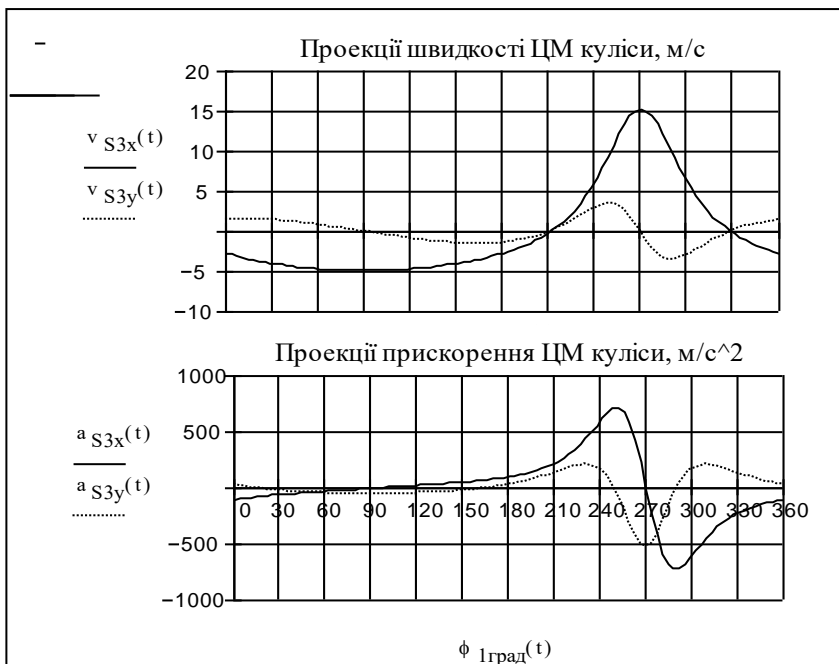
$$M_{\text{зр}}(t) := l_1 \cdot R_{21}(t) \cdot \cos(\phi_3(t) - \phi_1(t))$$

Етап III. Виводимо потрібні величини у вигляді графіків і таблиць

1. Виводимо графіки кінематичних величин

$$\phi_{1\text{град}}(t) := \phi_1(t) \cdot \frac{180}{\pi} \quad - \text{ кут } \phi_1 \text{ в градусах,}$$





2. Виводимо таблиці значень кінематичних величин

$t := 0 \cdot c, \frac{2 \cdot \pi}{12 \omega_1}, \frac{2 \cdot \pi}{\omega_1} \dots \frac{2 \cdot \pi}{\omega_1}$ - для 12-и положень механізму,

$\phi_{1\text{град}}(t)$	$\phi_3(t)$	$\omega_3(t) \cdot c$	$\varepsilon_3(t) \cdot c^2$
0	1.091	6.687	232.01
30	1.228	9.307	101.16
60	1.393	10.429	39.72
90	1.571	10.748	0
120	1.748	10.429	- 39.72
150	1.914	9.307	- 101.16
180	2.05	6.687	- 232.01
210	2.117	0.435	- 575.88
240	2.013	- 15.289	- 1369.56
270	1.571	- 34.034	0
300	1.129	- 15.289	1369.56
330	1.024	0.435	575.88
360	1.091	6.687	232.01

3. Виводимо графік зрівноважуючого моменту

$$t := 0 \cdot c, \frac{2 \cdot \pi}{100 \cdot \omega_1} .. \frac{2 \cdot \pi}{\omega_1} \quad - \text{ по 100-а точках, } \quad \text{TOL} := 10^{-1}$$



$$M_H := \frac{\omega_1}{2 \cdot \pi} \cdot \int_0^{\frac{2 \cdot \pi}{\omega_1}} M_{zp}(t) dt \quad M_H = 745.4 \text{ кг} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{с}^{-2}$$

- середнє значення зрівноважуючого моменту.

4. Виводимо таблиці реакцій в'язей

$$t := 0 \cdot c, \frac{2 \cdot \pi}{12 \cdot \omega_1} .. \frac{2 \cdot \pi}{\omega_1} \quad - \text{ для 12-и положень механізму,}$$

$\phi_{1\text{град}}(t)$	$R_{30x}(t) \cdot \text{Н}^{-1}$	$R_{30y}(t) \cdot \text{Н}^{-1}$
0	155	- 492.5
30	- 432.9	- 856
60	- 324.6	- 1219.2
90	- 0	- 1349.5
120	324.6	- 1219.2
150	432.9	- 856
180	- 155	- 492.5
210	- 3363.3	- 1736.2
240	- 24949.8	- 17576.4
270	- 13750	- 16365.8
300	10759.7	- 6134.1
330	3363.3	- 1736.2
360	155	492.5

Глава 6. Проектування профілів кулачків з використанням ПЕОМ

В розділі описуються алгоритми розрахунків на ПЕОМ профілів плоских кулачкових механізмів. Потім за ними складаються документи Mathcad для розв'язання конкретних задач. Алгоритми розрахунків універсальні, бо не залежать від алгоритмічної мови чи пакету прикладних програм, на яких вони будуть реалізовані. Для різних кулачкових механізмів багато пунктів в алгоритмах однакові. Це дозволяє використовувати документ, складений для розрахунку одного типу кулачкового механізму, для складання такого документа для іншого типу механізму.

Наведені алгоритми реалізовані в багатофункціональному пакеті прикладних програм Mathcad. Це найпростіший у використанні пакет, бо у ньому математичні задачі, формули, операції диференціювання і інтегрування і т.п., записуються у звичайному для математики вигляді. Тому цим пакетом легко користуватися навіть недосвідченим користувачам ПЕОМ і студентам молодших курсів. Документи, складені з використанням Mathcad, легко перевіряти і викладачам, бо основні зусилля витрачаються на перевірку математичних формул і порядку розв'язання задачі, а не на перевірку конструкцій алгоритмічної мови.

§ 1. Проектування профілю кулачка у механізмі з штовхачем, з вістрям чи роликом

Алгоритм розрахунку профілю кулачка у кулачковому механізмі з штовхачем, з вістрям наступний.

1. Введення розрахункових даних.
2. Завдання потрібного закону руху штовхача.
3. Визначення мінімального радіуса кулачка з умови неперевикнення максимального кута тиску

$$r_0 \geq \sqrt{e^2 + \left(\frac{s' \pm e}{\operatorname{tg} \theta_{\max}} - s \right)^2}.$$

4. Визначення початкового віддалення, з якого починає рухатись кулачок

$$s_0 = \sqrt{r_0^2 - e^2}.$$

5. Визначення координат точки контакту кулачка і вістря

$$x = e, \quad y = s + s_0.$$

6. Визначення профілю кулачка у параметричному вигляді

$$u = x \cos \varphi + y \sin \varphi, \quad v = -x \sin \varphi + y \cos \varphi.$$

Алгоритм розрахунку профілю кулачка у кулачковому механізмі з штовхачем, з роликом наступний.

- 1.-6. Визначення теоретичного профілю кулачка по п.п. 1.-6. попереднього алгоритму.

7. Визначення практичного профілю кулачка у параметричному вигляді

$$u_n = u \pm \frac{r_p dv/d\varphi}{\sqrt{(du/d\varphi)^2 + (dv/d\varphi)^2}},$$
$$v_n = v \mp \frac{r_p du/d\varphi}{\sqrt{(du/d\varphi)^2 + (dv/d\varphi)^2}}.$$

8. Побудова графіка практичного профілю і перевірка відсутності самоперетинів контуру.

9. При наявності самоперетинів контуру зменшують радіус ролика (збільшують мінімальний радіус кулачка). Далі п. 7 (п. 4).

10. При відсутності самоперетинів кінець розрахунків.

Алгоритм реалізований документом Mathcad, який наведений нижче. Він містить постановку задачі, розрахункові дані і розв'язок задачі.

Розрахунок профілю кулачка з штовхачем з роликом на кінці(рис. 3.1, в)

1. Задаємо розрахункові дані

$$\phi_B := \frac{\pi}{4} \quad - \text{фаза віддалення штовхача};$$

$$\phi_{ДВ} := \pi \quad - \text{фаза дальнього вистою}; \phi_{\Pi} := \frac{\pi}{4} \quad - \text{фаза повернення};$$

$$\phi_{БВ} := \frac{\pi}{2} \quad - \text{фаза ближнього вистою};$$

$$h := 20 \quad - \text{величина ходу штовхача};$$

$$e := 10 \quad - \text{ексцентриситет кулачка}; \quad r_p := 10 \quad - \text{радіус ролика};$$

$$\theta_{\max} := \frac{\pi}{6} \quad - \text{максимальний кут тиску}.$$

2. Задаємо косинусоїдальний закон руху штовхача

$$\Phi_{ДВ} := \phi_B \quad - \text{кут початку фази дальнього вистою};$$

$$\Phi_{\Pi} := \Phi_{ДВ} + \phi_{ДВ} \quad - \text{кут початку фази повернення};$$

$$\Phi_{БВ} := \Phi_{\Pi} + \phi_{\Pi} \quad - \text{кут початку фази ближнього вистою};$$

$$s_B(\phi) := \frac{h}{2} \cdot \left(1 - \cos \left(\frac{\pi}{\phi_B} \cdot \phi \right) \right)$$

$$s_{\Pi}(\phi) := h - \frac{h}{2} \cdot \left[1 - \cos \left[\frac{\pi}{\phi_{\Pi}} \cdot (\phi - \Phi_{\Pi}) \right] \right]$$

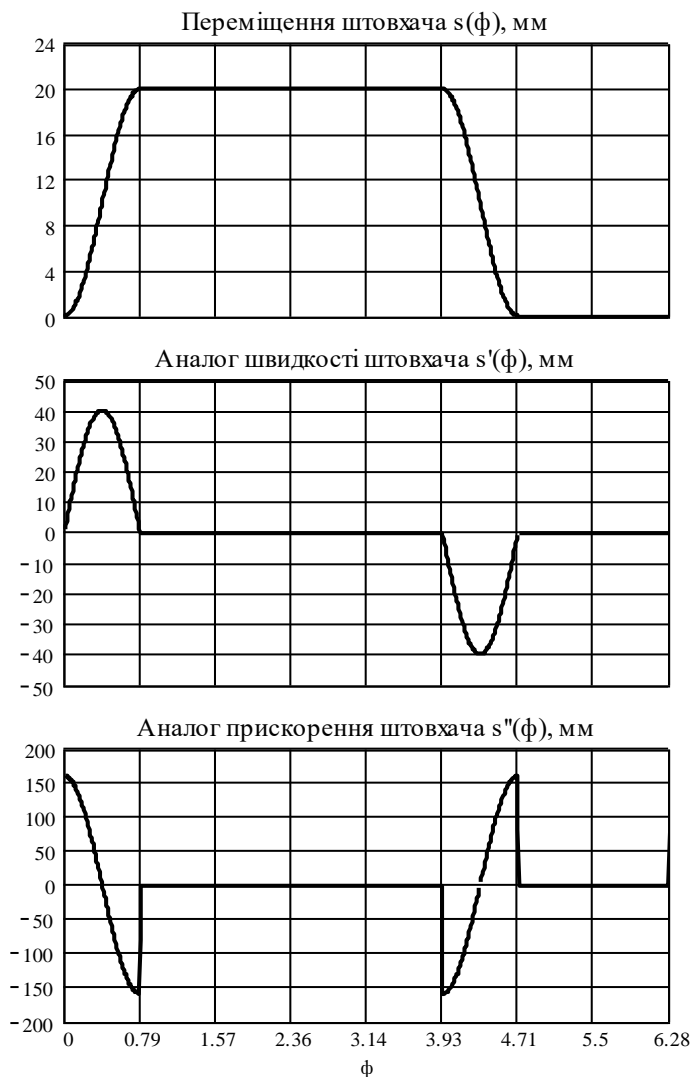
- переміщення штовхача на фазах віддалення і повернення;

$$s(\phi) := \begin{cases} s_B(\phi) & \text{if } 0 \leq \phi < \Phi_{ДВ} \\ h & \text{if } \Phi_{ДВ} \leq \phi < \Phi_{\Pi} \\ s_{\Pi}(\phi) & \text{if } \Phi_{\Pi} \leq \phi < \Phi_{БВ} \\ 0 & \text{if } \Phi_{БВ} \leq \phi < 2 \cdot \pi \\ s(\phi - 2 \cdot \pi) & \text{if } \phi \geq 2 \cdot \pi \end{cases}$$

- переміщення штовхача в залежності від кута повороту кулачка.

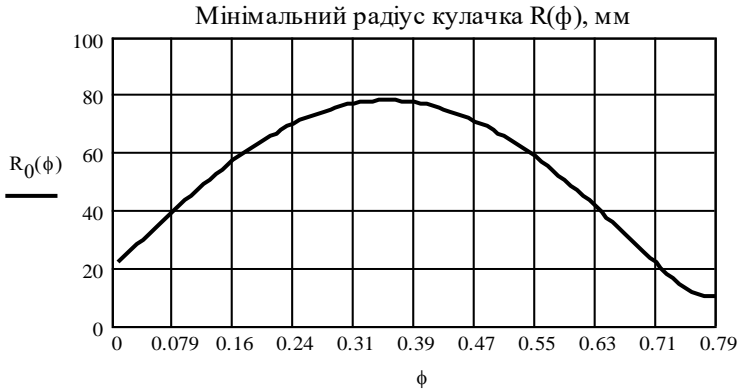
3. Будуємо графіки переміщень, аналогів швидкостей і прискорень штовхача

$\phi := 0, \frac{\pi}{400} \dots 2 \cdot \pi$ - інтервал зміни кута повороту ϕ кулачка;



4. Визначаємо мінімальний радіус кулачка

$$R_0(\phi) := \sqrt{e^2 + \left(\frac{\frac{d}{d\phi} s(\phi) + e}{\tan(\theta_{\max})} - s(\phi) \right)^2} \quad \begin{array}{l} \text{- мінімальний внутрішній} \\ \text{радіус кулачка, як} \\ \text{функція його} \\ \text{кута повороту } \phi. \end{array}$$



Шукаємо максимум радіуса R на фазі віддалення.

$$\phi := 0.5\Phi_{\text{дв}} \quad \text{Given} \quad 0 \leq \phi < \Phi_{\text{дв}} \quad \phi_{\max} := \text{Maximize}(R_0, \phi)$$

$$\phi_{\max} = 0.357 \quad R_0(\phi_{\max}) = 77.964$$

Приймаємо за мінімальний внутрішній радіус кулачка $r_0 := 78$

5. Визначаємо координати профілю кулачка

$$s_0 := \sqrt{r_0^2 - e^2} \quad \text{- початкове віддалення, з якого починає рухатись кулачок;}$$

$$r_1 := \sqrt{(s_0 + h)^2 + e^2} \quad \text{- максимальний зовнішній радіус кулачка;}$$

$$x(\phi) := e \quad y(\phi) := s_0 + s(\phi)$$

- координати центра ролика штовхача в залежності від кута повороту кулачка;

$$u(\phi) := x(\phi) \cdot \cos(\phi) + y(\phi) \cdot \sin(\phi)$$

$$v(\phi) := -x(\phi) \cdot \sin(\phi) + y(\phi) \cdot \cos(\phi) \quad \begin{array}{l} \text{- координати теоретичного} \\ \text{профілю кулачка.} \end{array}$$

Знаходимо практичний профіль кулачка (через еквідистанту):

$$zn(\phi) := \sqrt{\left(\frac{d}{d\phi}u(\phi)\right)^2 + \left(\frac{d}{d\phi}v(\phi)\right)^2}$$

$$u_n(\phi) := u(\phi) + \frac{r_p \cdot \frac{d}{d\phi}v(\phi)}{zn(\phi)} \quad v_n(\phi) := v(\phi) - \frac{r_p \cdot \frac{d}{d\phi}u(\phi)}{zn(\phi)}$$

6. Будемо графік профілю кулачка

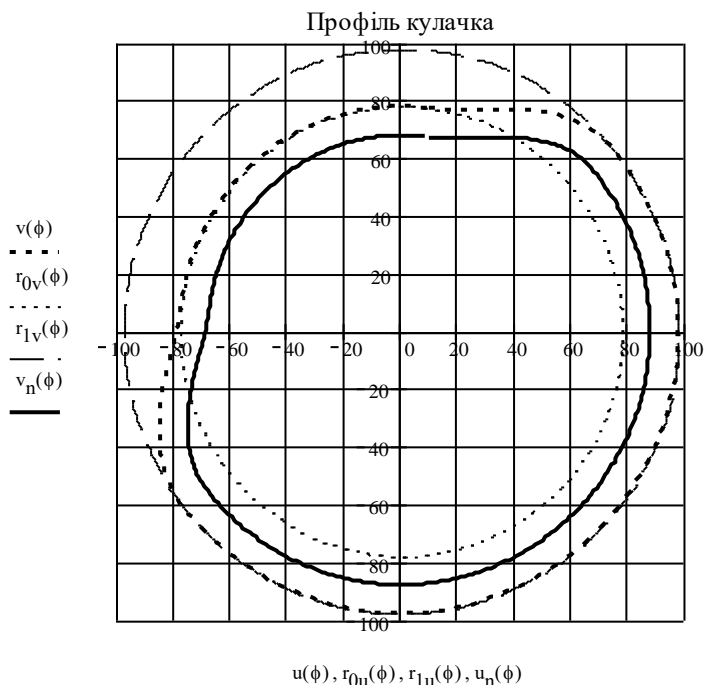
$$r_{0u}(\phi) := r_0 \cdot \cos(\phi) \quad r_{0v}(\phi) := r_0 \cdot \sin(\phi)$$

- координати мінімального кола, яке обмежує теоретичний профіль кулачка;

$$r_{1u}(\phi) := r_1 \cdot \cos(\phi) \quad r_{1v}(\phi) := r_1 \cdot \sin(\phi)$$

- координати максимального кола, яке обмежує теоретичний профіль кулачка;

$\phi := 0, \frac{\pi}{200} \dots 2 \cdot \pi$ - інтервал зміни кута повороту ϕ кулачка;



§ 2. Проектування профілю кулачка у механізмі з коромислом, з вістрям чи роликом

Алгоритм розрахунку профілю кулачка у кулачковому механізмі з коромислом, з вістрям наступний.

1. Введення розрахункових даних.
2. Завдання потрібного закону руху коромисла.
3. Визначення міжцентрової відстані з умови неперевикнення куту тиску максимального значення

$$l_0 > \frac{l_2(\pm\psi' - 1)}{\sin(\psi + \psi_0) \cdot \operatorname{tg}\theta_{\max} - \cos(\psi + \psi_0)}.$$

4. Визначення міжцентрової відстані з умови відсутності торкання профілю кулачка осі обертання коромисла

$$l_0 > \frac{l_2}{2 \cos(\psi_{\max} + \psi_0)},$$

і обрання з двох відстаней по п.п. 3, 4 - найбільшої.

5. Визначення координат точки контакту кулачка і вістря

$$x = l_0 - l_2 \cos(\psi + \psi_0), \quad y = l_2 \sin(\psi + \psi_0)$$

6. Визначення профілю кулачка у параметричному вигляді

$$u = x \cos \varphi + y \sin \varphi, \quad v = -x \sin \varphi + y \cos \varphi$$

Алгоритм розрахунку профілю кулачка у кулачковому механізмі з коромислом, з роликом наступний.

- 1.-6. Визначення теоретичного профілю кулачка по п.п. 1.-6. попереднього алгоритму.

7. Визначення практичного профілю кулачка у параметричному вигляді

$$u_n = u \pm \frac{r_p dv/d\varphi}{\sqrt{(du/d\varphi)^2 + (dv/d\varphi)^2}}, \quad v_n = v \mp \frac{r_p du/d\varphi}{\sqrt{(du/d\varphi)^2 + (dv/d\varphi)^2}}.$$

8. Побудова графіка практичного профілю і перевірка відсутності самоперетинів контуру.

9. При наявності самоперетинів контуру зменшують радіус ролика (збільшують міжцентрову відстань). Потім п. 7 (п. 5).

10. При відсутності самоперетинів кінець розрахунків.

Алгоритм реалізований документом Mathcad, який наведений нижче. Він містить постановку задачі, розрахункові дані і розв'язок задачі.

Розрахунок профілю кулачка у механізмі з коромислом, з роликом (рис. 3.1, є)

1. Задаємо розрахункові дані

$$\phi_B := \frac{\pi}{4} \quad - \text{фаза віддалення коромисла};$$

$$\phi_{ДВ} := \pi \quad - \text{фаза дальнього вистою}; \quad \phi_{\Pi} := \frac{\pi}{4} \quad - \text{фаза повернення};$$

$$\phi_{БВ} := \frac{\pi}{2} \quad - \text{фаза ближнього вистою};$$

$$\psi_{\max} := \frac{\pi}{6} \quad - \text{розмах кутових коливань коромисла};$$

$$l_2 := 150 \quad - \text{довжина коромисла};$$

$$\psi_0 := \frac{\pi}{4} \quad - \text{кут початкового віддалення коромисла};$$

$$r_p := 20 \quad - \text{радіус ролика}; \quad \theta_{\max} := \frac{50}{180} \cdot \pi \quad - \text{макс. кут тиску}.$$

2. Задаємо синусоїдальний закон руху коромисла

$$\Phi_{ДВ} := \phi_B \quad - \text{кут початку фази дальнього вистою};$$

$$\Phi_{\Pi} := \Phi_{ДВ} + \phi_{ДВ} \quad - \text{кут початку фази повернення};$$

$$\Phi_{БВ} := \Phi_{\Pi} + \phi_{\Pi} \quad - \text{кут початку фази ближнього вистою};$$

$$\psi_B(\phi) := \psi_{\max} \cdot \left(\frac{\phi}{\phi_B} - \frac{1}{2 \cdot \pi} \sin \left(\frac{2\pi}{\phi_B} \cdot \phi \right) \right)$$

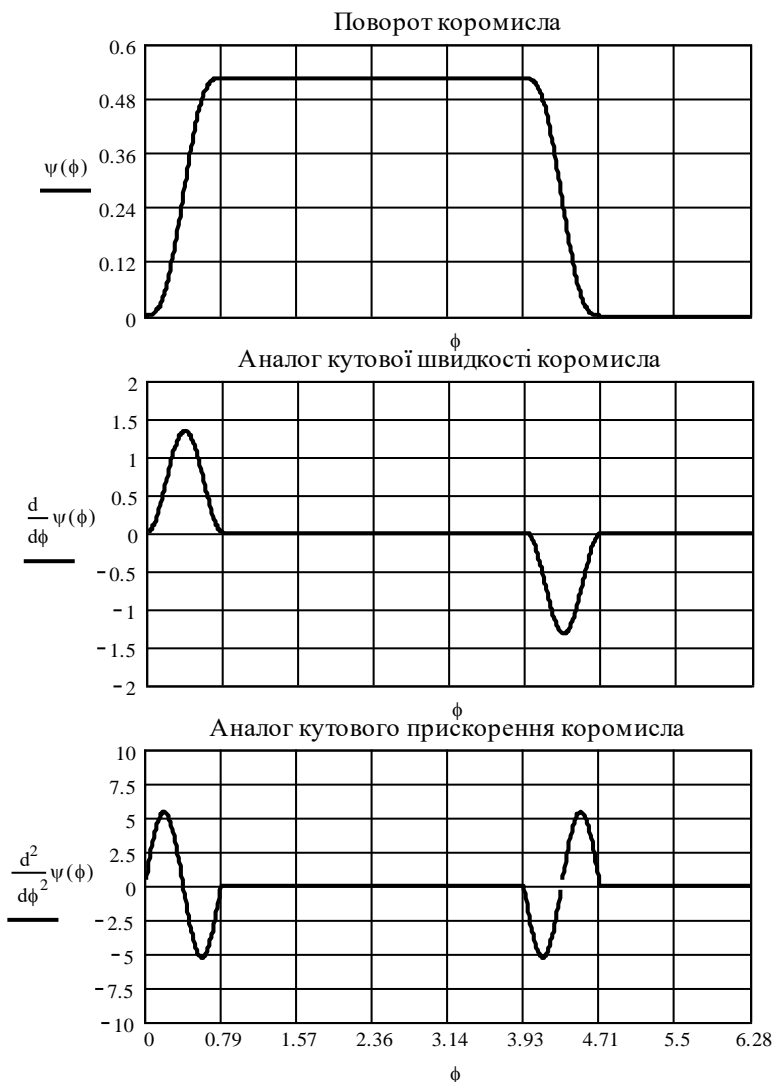
$$\psi_{\Pi}(\phi) := \psi_{\max} \cdot \left[1 - \left[\frac{(\phi - \Phi_{\Pi})}{\phi_{\Pi}} - \frac{1}{2 \cdot \pi} \sin \left[\frac{2\pi}{\phi_{\Pi}} \cdot (\phi - \Phi_{\Pi}) \right] \right] \right]$$

- кутові переміщення коромисла на фазах віддалення і повернення;

$$\psi(\phi) := \begin{cases} \psi_B(\phi) & \text{if } 0 \leq \phi < \Phi_{ДВ} \\ \psi_{\max} & \text{if } \Phi_{ДВ} \leq \phi < \Phi_{\Pi} \\ \psi_{\Pi}(\phi) & \text{if } \Phi_{\Pi} \leq \phi < \Phi_{БВ} \\ 0 & \text{if } \Phi_{БВ} \leq \phi < 2 \cdot \pi \\ \psi(\phi - 2 \cdot \pi) & \text{if } \phi \geq 2 \cdot \pi \end{cases} \quad \begin{array}{l} - \text{кутові переміщення коро-} \\ \text{мисла в залежності від кута} \\ \text{повороту кулачка.} \end{array}$$

3. Будемо графіки кутових переміщень, аналогів кутових швидкостей і прискорень коромисла

$\phi := 0, \frac{2\pi}{800} \dots 2 \cdot \pi$ - інтервал зміни кута повороту ϕ кулачка;

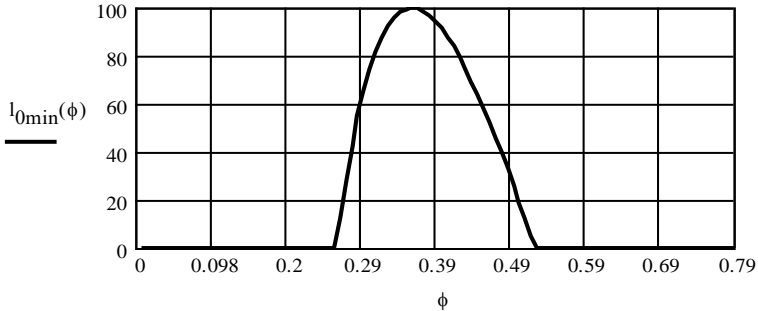


4. Визначаємо міжцентрову відстань l_0

4.1. Визначаємо відстань l_0 із умови відсутності заклинювання

$$l_{0\min}(\phi) := \max \left[0, \frac{l_2 \cdot \left(\frac{d}{d\phi} \psi(\phi) - 1 \right)}{\sin(\psi(\phi) + \psi_0) \cdot \tan(\theta_{\max}) - \cos(\psi(\phi) + \psi_0)} \right]$$

Мінімальна міжцентрова відстань, мм



Шукаємо максимум відстані l_0 на фазі віддалення.

$$\phi := 0.5\Phi_{\text{ДВ}} \quad \text{Given} \quad 0 \leq \phi < \Phi_{\text{ДВ}} \quad \psi_K := \text{Maximize}(l_{0\min}, \phi)$$

$$\psi_K = 0.362 \quad l_{0\min}(\psi_K) = 99.549$$

4.1. Визначаємо відстань l_0 із умови відсутності торкання профілю кулачка осі обертання коромисла

$$l_{0\min2} := \frac{l_2}{2 \cdot \cos(\psi_{\max} + \psi_0)} \quad l_{0\min2} = 289.778$$

Приймаємо за мінімальну відстань між осями $l_0 := 290$

5. Визначаємо координати профілю кулачка

$$r(\phi) := \sqrt{l_2^2 + l_0^2 - 2 \cdot l_2 \cdot l_0 \cdot \cos(\psi(\phi) + \psi_0)}$$

$$r_0 := r(0) \quad - \text{мінімальний радіус кулачка};$$

$$r_1 := r(\phi_B) \quad - \text{максимальний зовнішній радіус кулачка};$$

$$x(\phi) := l_0 - l_2 \cdot \cos(\psi(\phi) + \psi_0) \quad y(\phi) := l_2 \cdot \sin(\psi(\phi) + \psi_0)$$

- координати центра ролика як функція кута повороту кулачка;

$$u(\phi) := x(\phi) \cdot \cos(\phi) - y(\phi) \cdot \sin(\phi) \quad - \text{координати теоретичного}$$

$$v(\phi) := x(\phi) \cdot \sin(\phi) + y(\phi) \cdot \cos(\phi) \quad \text{профілю кулачка.}$$

Знаходимо практичний профіль кулачка (через еквідистанту):

$$zn(\phi) := \sqrt{\left(\frac{d}{d\phi} u(\phi)\right)^2 + \left(\frac{d}{d\phi} v(\phi)\right)^2}$$

$$u_n(\phi) := u(\phi) - \frac{r_p \cdot \frac{d}{d\phi} v(\phi)}{zn(\phi)} \quad v_n(\phi) := v(\phi) + \frac{r_p \cdot \frac{d}{d\phi} u(\phi)}{zn(\phi)}$$

6. Будуємо графік профілю кулачка

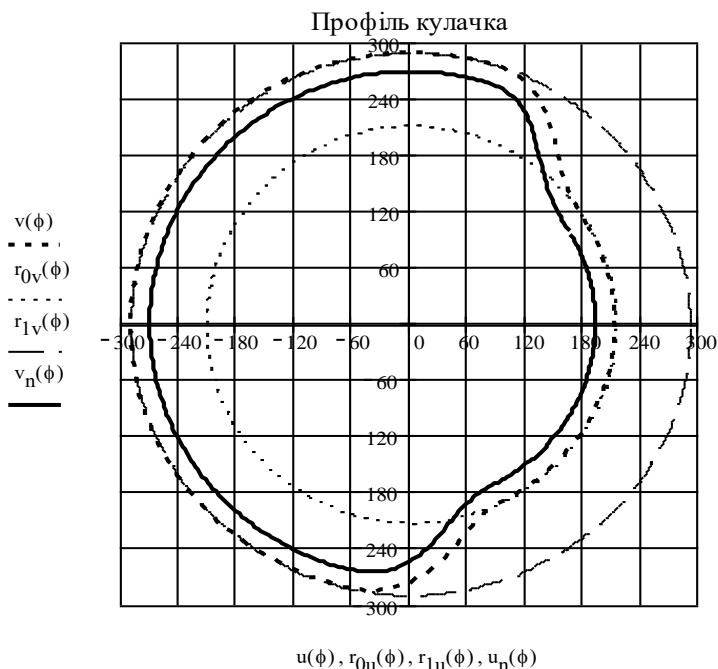
$$r_{0u}(\phi) := r_0 \cdot \cos(\phi) \quad r_{0v}(\phi) := r_0 \cdot \sin(\phi)$$

- координати мінімального кола, яке обмежує теоретичний профіль кулачка;

$$r_{1u}(\phi) := r_1 \cdot \cos(\phi) \quad r_{1v}(\phi) := r_1 \cdot \sin(\phi)$$

- координати максимального кола, яке обмежує теоретичний профіль кулачка;

$\phi := 0, \frac{2\pi}{400} \dots 2 \cdot \pi$ - інтервал зміни кута повороту ϕ кулачка;



§ 3. Проектування профілю кулачка у механізмі з плоским штовхачем

Алгоритм розрахунку профілю кулачка у кулачковому механізмі з плоским штовхачем наступний.

1. Введення розрахункових даних.
2. Завдання потрібного закону руху штовхача.
3. Визначення мінімального радіуса кулачка з умови опуклості контуру

$$r_0 > -s - s''.$$

4. Визначення координат точки торкання кулачка і штовхача

$$x = \frac{ds}{d\varphi} = s', \quad y = s + r_0.$$

5. Визначення профілю кулачка у параметричному вигляді

$$u = x \cos \varphi + y \sin \varphi, \quad v = -x \sin \varphi + y \cos \varphi.$$

6. Побудова графіка профілю кулачка і перевірка відсутності самоперетинів контуру.

7. При наявності самоперетинів контуру збільшують мінімальний радіус кулачка. Потім п.4.

8. При відсутності самоперетинів кінець розрахунків.

Алгоритм реалізований документом Mathcad, який наведений нижче. Він містить постановку задачі, розрахункові дані і розв'язок задачі.

Розрахунок профілю кулачка з плоским штовхачем

1. Задаємо розрахункові дані

$\phi_B := \frac{\pi}{4}$ - фаза віддалення штовхача ;

$\phi_{ДВ} := \pi$ - фаза дальнього вистою; $\phi_{\Pi} := \frac{\pi}{4}$ - фаза повернення;

$\phi_{БВ} := \frac{\pi}{2}$ - фаза ближнього вистою;

$h := 20$ - величина ходу штовхача.

2. Задаємо лінійно-спадаючий закон руху штовхача

$\Phi_{ДВ} := \phi_B$ - кут початку фази дальнього вистою;

$\Phi_{\Pi} := \Phi_{ДВ} + \phi_{ДВ}$ - кут початку фази повернення;

$\Phi_{БВ} := \Phi_{\Pi} + \phi_{\Pi}$ - кут початку фази ближнього вистою;

$$s_B(\phi) := h \cdot \frac{\phi^2}{\phi_B^2} \cdot \left(3 - 2 \cdot \frac{\phi}{\phi_B} \right)$$

$$s_{\Pi}(\phi) := h \cdot \left[1 - \frac{(\phi - \Phi_{\Pi})^2}{\phi_{\Pi}^2} \cdot \left(3 - 2 \cdot \frac{\phi - \Phi_{\Pi}}{\phi_{\Pi}} \right) \right]$$

- переміщення штовхача на фазах віддалення і повернення.

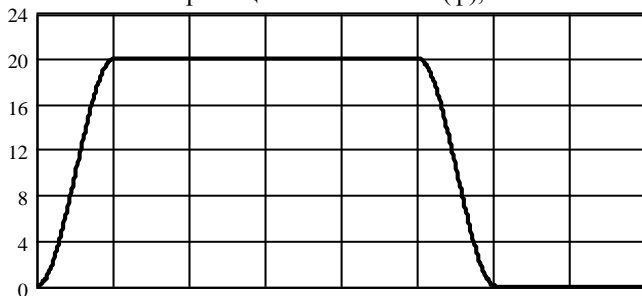
$$s(\phi) := \begin{cases} s_B(\phi) & \text{if } 0 \leq \phi < \Phi_{ДВ} \\ h & \text{if } \Phi_{ДВ} \leq \phi < \Phi_{\Pi} \\ s_{\Pi}(\phi) & \text{if } \Phi_{\Pi} \leq \phi < \Phi_{БВ} \\ 0 & \text{if } \Phi_{БВ} \leq \phi < 2 \cdot \pi \\ s(\phi - 2 \cdot \pi) & \text{if } \phi \geq 2 \cdot \pi \end{cases}$$

- переміщення штовхача в залежності від кута повороту кулачка.

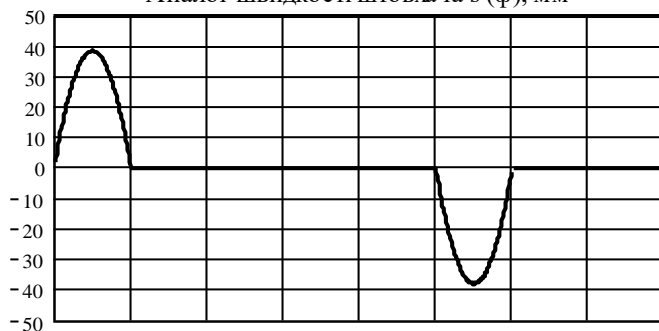
3. Будуємо графіки переміщень, аналогів швидкостей і прискорень штовхача

$\phi := 0, \frac{2\pi}{800} \dots 2 \cdot \pi$ - інтервал зміни кута повороту ϕ кулачка;

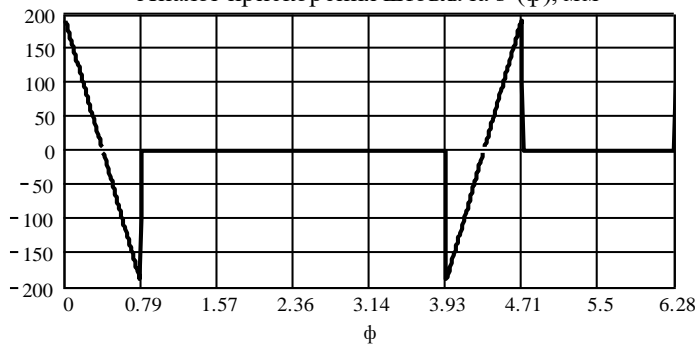
Переміщення штовхача $s(\phi)$, мм



Аналог швидкості штовхача $s'(\phi)$, мм

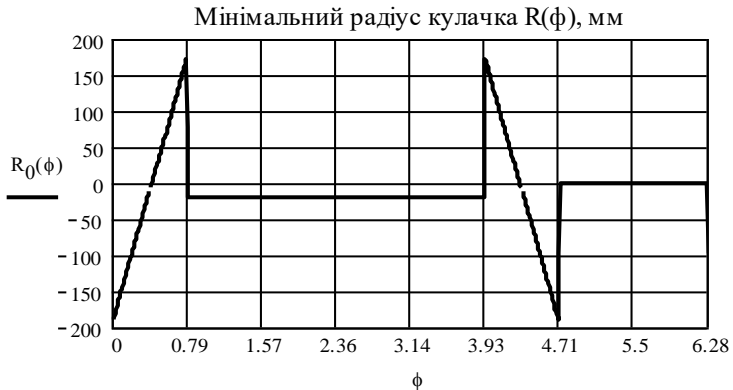


Аналог прискорення штовхача $s''(\phi)$, мм



4. Визначаємо мінімальний радіус кулачка

$R_0(\phi) := -s(\phi) - \frac{d^2}{d\phi^2}s(\phi)$ - мінімальний внутрішній радіус кулачка, як функція його кута повороту ϕ .



Шукаємо максимум радіуса R_0 на фазі віддалення.

$\phi := 0.5 \cdot \Phi_{\text{дв}}$ Given $0 \leq \phi \leq \Phi_{\text{дв}}$ $\phi_K := \text{Maximize}(R_0, \phi)$

$\phi_K = 0.781$ $R_0(\phi_K) = 187.076$

Приймаємо за мінімальний внутрішній радіус кулачка $r_0 := 188$

5. Визначаємо координати профілю кулачка

$r_1 := r_0 + h$ - максимальний зовнішній радіус кулачка;

$y(\phi) := s(\phi) + r_0$ $x(\phi) := \frac{d}{d\phi}s(\phi)$

- координати точки торкання штовхача з кулачком в залежності від кута повороту кулачка;

$u(\phi) := x(\phi) \cdot \cos(\phi) + y(\phi) \cdot \sin(\phi)$

$v(\phi) := -x(\phi) \cdot \sin(\phi) + y(\phi) \cdot \cos(\phi)$

- координати профілю кулачка.

6. Будуємо графік профілю кулачка

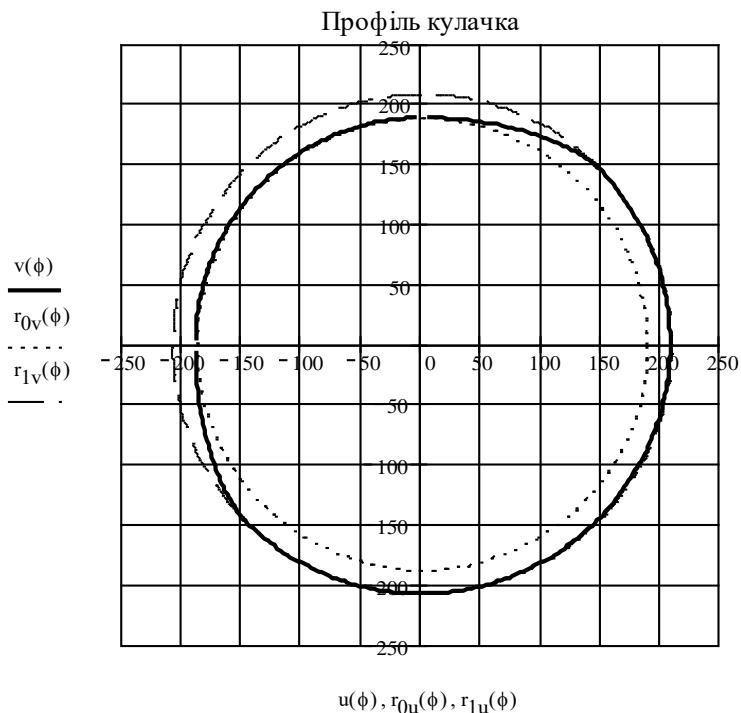
$$r_{0u}(\phi) := r_0 \cdot \cos(\phi) \quad r_{0v}(\phi) := r_0 \cdot \sin(\phi)$$

- координати мінімального кола, яке обмежує профіль кулачка;

$$r_{1u}(\phi) := r_1 \cdot \cos(\phi) \quad r_{1v}(\phi) := r_1 \cdot \sin(\phi)$$

- координати максимального кола, яке обмежує профіль кулачка;

$\phi := 0, \frac{2\pi}{400} \dots 2 \cdot \pi$ - інтервал зміни кута повороту ϕ кулачка;



Список літератури

1. *Артоболевский И.И.* Теория механизмов и машин.-М.: Наука, 1975. -640 с.: ил.
2. *Зиновьев В.А.* Курс теории механизмов и машин. –М.: Наука, 1972. -386 с.: ил.
3. Курсовое проектирование по теории механизмов и машин: Учебное пособие для инж.-техн. спец. вузов / В.К.Акулинич, П.П.Анцирович, Э.И.Астахов и др.; под общ.ред. Т.Н.Девойно. –Мн.: Высш.шк., 1986. –285 с.: ил.
4. Теория механизмов и машин. Учеб. для вузов / К.В.Фролов, С.А.Попов, А.К.Мусатов и др.; Под ред. К.В.Фролова. –М.: Высш. шк., 1987. –496 с.: ил.
5. *Кореняко О.С.* Теорія механізмів і машин. –К.: Вища шк., 1987.
6. *Заблонский К.И., Белоконев И.М., Щёкин Б.М.* Теория механизмов и машин. –К.: Выща шк., 1989.
7. *Белоконев И.М.* Теория механизмов и машин. Методы автоматизированного проектирования. –К.: Выща шк., 1990.
8. *В.П.Дьяконов, И.В.Абраменкова* MathCAD 7.0 PRO в математике, физике и в Internet –М.: «Нолидж», 1998. –352 с.: ил.
9. *Ф.Й.Златопольський, Г.Б.Філімоніхін, В.В.Коваленко, О.Б.Чайковський* Дослідження важільних механізмів з допомогою ПЕОМ. Навчальний посібник. - Кіровоград: ПП “КОД”, 1999. -107 с.: іл.
10. *Ф.Й.Златопольський, Г.Б.Філімоніхін, В.В.Коваленко, О.Б.Чайковський* ТММ. Розрахунок плоских механізмів з використанням ПЕОМ. Навчальний посібник. - Кіровоград: ПП “КОД”, 2000. -124 с.: іл.
11. *Ф.Й.Златопольський, Г.Б.Філімоніхін, В.В.Коваленко, О.Б.Чайковський* ТММ. Розрахунок важільних і кулачкових механізмів з допомогою ПЕОМ. Навчальний посібник. - Кіровоград: ПП “КОД”, 2000. -147 с.: іл.

Предметний покажчик

аналіз

- механізму, 8
- кінематичний, 17
- силовий, 31
- структурний, 13

аналітичний метод

- кінематичного розрахунку
- кривошипно-коромислового механізму, 20
- кривошипно-повзунного механізму, 25
- кулісного механізму, 28
- кінематичного розрахунку механізмів, 18
- алгебраїчний, 18
- замкненого векторного контуру, 18
- силового розрахунку, 31
- кривошипно-коромислового механізму, 32**
- кривошипно-повзунного механізму, 34**
- кулісного механізму, 35**
- початкової ланки, 36**

аналог

- прискорень, 44
- швидкостей, 44

в'язь

- геометрична, 9

вектор, 75

векторне рівняння

- замкненості, 18

вікно

- робоче, 61, 63

вузли інтерполяції, 82

графік X-Y, 78

група

- Ассура, 11
- умова існування, 11
- структурна, 11

деталь, 8

документ Mathcad

- виведення на друк, 86
- відкриття, 65
- завдання параметрів сторінки, 85
- закриття, 65
- з виходом з програми, 65
- з залишенням у програмі, 65
- заміна імені, 64
- запис останньої редакції, 65

проведення розрахунків, 87
 точність, 87
 створення, 64
екстраполяція, 82
заклинювання
 коромисла, 56
 механізму, 53, 54, 56
 штовхача, 53
закон руху
 вихідної ланки, 42, 44
 характерний, 42
замикання
 геометричне, 39, 48
 силове, 39
змінна, 73
 незалежна, 73. Див. функція.
інтерполяція, 82
 сплайнами, 82
кількість ступенів вільності, 9, 11
 плоского механізму, 11
кінематична пара, 9
 вищого класу, 10
 клас. Див. **клас** пари
 нижчого класу, 10
 оберտальна, 10
 поступальна, 10
 рухомість. Див. **рухомість пари**
кінематичний
 аналіз, 41
 синтез, 41
кінематичний ланцюг, 10
 замкнений, 10
 незамкнений, 10
 статично визначений, 13
 статично невизначений, 13
клас
 пари, 9
 структурної групи, 11
комп'ютер
 вимкнення, 60
 вмикання, 59
константа, 73
коромисло, 10, 39
кривошип, 10
кулачок, 9, 39
куліса, 10
кут
 передачі, 53, 55
 тиску, 53, 55
 критичний, 53, 56
 максимально допустиме значення, 54, 56
ланка, 8, 9
 ведуча, 11
 вихідна
 закон руху, 42
 нерухома, 9
 рухома, 8
матриця, 75
машина, 8
 -двигун, 8
 технологічна (робоча), 8
машинний агрегат, 8
 метод
 Зінов'єва, 18
 кінематичного розрахунку, 17
 аналітичний, 17
 графічний, 17
 графоаналітичний, 17
 експериментальний, 17
 кінетостатики, 31
 Морошкіна, 18
механізм, 8
 важільний
 замінюючий, 13
 I класу, 11
 кривошипно-коромисловий, 20

- кривошипно-повзунний, 15, 25
- кулачковий, 39
 - з коромислом, з вістрям, 135
 - з коромислом, з роликом, 135
 - з плоским штовхачем, 140
 - з штовхачем, з вістрям, 130
 - з штовхачем, з роликом, 130
 - плоский, 39
 - просторовий, 39
- кулісний, 15, 28
- плоский, 10
 - важільний, 10
- початковий, 11
- просторовий, 10
- чотириланковий, 15
- момент**
 - зрівноважуючий, 37
- обвідна**, 48
 - внутрішня, 48
 - зовнішня, 48
- одиниці вимірювання**, 70
 - базові, 70
 - похідні, 70
- операційна система**, 59
 - Windows 95, 59
- палітра інструментів**, 67
 - математична, 67
 - головна, 67
 - для програмування, 83
 - підлегла, 69
- панель**
 - інструментів, 62
- папка**, 61
- пара**, 11
 - обертальна, 11
 - поступальна, 11
- повзун**, 10
- порядок**
 - структурної групи, 11
- принцип**
 - д'Аламбера, 31
 - утворення плоских механізмів, 11
- програма Mathcad**
 - запуск, 60
 - через піктограму, 60
 - через пункт меню, 61
- профілі**
 - еквідистантні, 47
- профіль кулачка**, 47, 49, 50
 - опуклий, 52
 - практичний, 47
 - теоретичний, 47, 49, 50
 - умова опуклості, 52
- радіус кулачка**
 - мінімальний, 50, 51, 52
- рівняння**
 - кінетостатики, 31
 - практичного профілю кулачка, 50
 - теоретичного профілю кулачка, 49
- рівняння профілю кулачка**
 - в полярній системі координат, 49, 51, 52
 - у параметричному вигляді, 48, 49, 50, 51
- розмірність**, 70
- ролик**, 9
- рухомість пари**, 9
- рядок**
 - заголовка, 61
 - меню, 62
 - стану, 63
- самоперетин профілю кулачка**, 50, 51, 53
- синтез**
 - механізму, 8

система алгебраїчних рівнянь, 76
розв'язання, 76
смуги прокрутки, 63
сплайн
інтерполяційний
поліноміальний, 82
кубічний, 83
лінійний, 82, 83
параболічний, 83
стояк, 11. Див. **ланка**
нерухома
структурна група, 11
II класу, 11
види, 11
клас, 11
порядок, 11
текст, 66
введення, 66
вирівнювання, 67
по лівому полю, 67
по правому полю, 67
по центру, 67
внесення змін
(редагування), 67
теорія механізмів і машин,
8
тертя
ковзання, 39
кочення, 39
умова

опуклості профілю
кулачка, 52
фаза
ближнього вистою, 42
віддалення, 42
дальнього вистою, 42
повернення, 42
формула
Лагранжа
інтерполяційна, 82
набір, 67, 69, 77
довгих формул, 70
нижніх надписів, 70
Чебишева, 11
функція, 74
вбудована, 74
екстраполуюча, 83
екстраполяція, 83
інтерполуюча, 82
інтерполяція, 82
користувача, 75
шатун, 10, 39
шрифт, 66
вид зображення, 67
курсив (нахилений), 67
напівжирний, 67
підкреслений, 67
назва, 67
розмір, 67
штовхач, 39

Розрахунок важільних і кулачкових механізмів з допомогою ПЕОМ

Навчальний посібник,
2-е видання, перероблене і доповнене

Ф.Й.Златопольський, Г.Б.Філімоніхін,
В.В.Коваленко, О.Б.Чайковський

За інформацією з питань друку та придбання посібника просимо звертатися за адресою: 25006, м.Кіровоград, пр. Університетський, 8, КДТУ, кафедра деталей машин та прикладної механіки, тел. (0522) 597-547

Комп'ютерний набір, верстка та друк
ПП "КОД"
т. (0522) 23-44-27, 23-75-17

Підп. до друку 27.03.03 Формат 60x84 1/16 (A5). Папір друк №3. Друк офсетний.
Умов. друк. арк. 9,2 Ум.фарбо-відб. 9,25 Облік.-вид.арк. 9,3 Тираж 300 прим.

Зам.№ 490

Кіровоградський державний технічний університет
25006, м.Кіровоград, пр.Університетський, 8

Поліграфічне підприємство "КОД"
25050, м.Кіровоград, вул. 50 років Жовтня, 7-А

